

---

---

**ХI Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...» (с международным участием)  
Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ  
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 19 г. Гомеля»

**Прогноз результата в игре Магия Ним**

**Бут-Гусаим Дмитрий Александрович,**  
учащийся 9 «А» класса

Пивкорец Светлана Павловна,  
учитель математики  
ГУО «СШ № 19 г. Гомеля»,  
высшая кв. категория учителя математики

Гомель, 2021

---

---

**XI Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...» (с международным участием)  
Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ  
РЕФЕРАТЫ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**Прогноз результата в игре Магия Ним**

**Д.А. Бут-Гусаим**

*ГУО «Средняя школа № 19 г. Гомеля», 9 «А» класс,  
Гомель, Беларусь*

Научный руководитель – С. П. Пивкорец, учитель математики ГУО «СШ № 19 г. Гомеля», высшая кв. категория учителя математики.

Работа 7 с., 2 ч., 9 источников

**Ключевые слова:** Игра «Ним», прогноз результата.

В работе исследуется гипотеза: выигрывающей позицией является позиция с двумя равными кучками? Приводятся основные факторы, доказывающие справедливость этой гипотезы.

Объектом исследования является игра Ним.

Цель работы – доказать, что выигрывающей позицией в игре является позиция с двумя равными кучками.

Работа посвящена исследованию возможности прогнозировать результат и придумывать новые правила игры, изучению алгоритма распознавания выигрышной позиции и доказательству того, что выигрывающей позицией является позиция с двумя равными кучками. Игрок, сумевший после своего хода попасть в такую позицию, всегда сможет выиграть.

В результате исследования доказали то, что выигрывающей позицией является позиция с двумя равными кучками и игрок, сумевший после своего хода попасть в такую позицию, всегда сможет выиграть.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
Актуальность .....	4
1. Описание игры .....	4
1.1 Исторический экскурс .....	4
1.2 Правила игры Ним .....	4
2. Реализация исследования .....	5
2.1 Ход исследования. ....	5
2.2 Результат исследования.....	5
Заключение .....	6
Список источников и литературы. ....	7

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность

Игра, в том или ином своем облике, сопровождает человека со дня его рождения. Игра делает его жизнь более радостной, счастливой, воспитывает творческое отношение к действительности. Там, где нет игры, жизнь становится однообразной, скучной.

В.Я.Ворошилов «Феномен игры»

Мозгу человека свойственна пытливость и тяга к самосовершенствованию. Не случайно многим свойственен интерес к разгадыванию кроссвордов, сканвордов и прочих головоломок, связанных с использованием и накоплением словарного запаса. Игры дают возможность потренироваться в скорости реакции, развить память и смекалку. Как мышцы без постоянных тренировок становятся слабее, так без должной нагрузки извилины мозга стремятся к выпрямлению. И если над памятью работать редко и не тренировать её, то некоторые памятные моменты можно просто забыть совсем. Логические игры развивают и тренируют мыслительные способности, заставляя включать аналитические способности. Логических приложений разработано достаточно много – это и головоломки на внимание, на запоминание, логические задачи, ну и конечно разнообразные кросс, скан, чайн и прочие ворды. Среди всего разнообразия широкое применение нашли игры, связанные с комбинаторикой, с двоичной системой счисления. То есть задача пользователей методом перестановки или добавления очередного элемента составлять группы или линии из трех и более элементов, расположенных в непосредственной близости. Во время раздумывания над головоломкой наше серое вещество работает на полную катушку и мобилизует все силы. Таким образом, логические игры – это способ не только приятного, а еще и полезного времяпровождения.

## 1. ОПИСАНИЕ ИГРЫ

### 1.1 Исторический экскурс

Игра Ним — одна из самых старых и занимательных математических игр. Играют в неё вдвоём. Происхождение её, так же как и шахмат, покрыто туманом. Возможно, она была изобретена в Китае. Во всех играх типа ним первоначально имеется некоторый набор элементов-фишек, камешков, пустых ячеек на доске, пуговиц, монеток, спичек, и т.п. Это не только интересная игра, но и отличная логическая задача, которую используют для объяснения основ комбинаторики и программирования. Впервые название «ним» ввёл Чарльз Л. Бутон, профессор Гарвардского университета, который в 1901 году впервые полностью опубликовал полный анализ этой игры. Сам он никак не объяснил выбранное название «ним». Приходится только строить догадки всем интересующимся этой игрой. Может позаимствована была устаревшая форма английского глагола *nim* (брать), которая сейчас употребляется как жаргонное слово «стянуть, стащить, украсть». Так и хочется вставить цитату из произведения Шекспира «Виндзорские насмешницы» «Порядочный вор крадёт с передышкой. Украл - отдохни маленько, а потом опять за дело». А вы не заметили, что если перевернуть слово *nim*, то получится слово *win* –победить. Дети используют для игры камешки или клочки бумаги, взрослые предпочитают раскладывать монетки на стойке бара. В наиболее известном варианте нима 12 монет раскладывают в три ряда: в первом – три предмета, во втором – четыре и в третьем – пять. Игроки по очереди забирают один или несколько предметов из любого ряда, можно даже забрать все предметы в одном ряду. Правилами запрещено лишь за один ход брать предметы из нескольких рядов. Выигрывает тот, кто возьмет последний предмет (предметы). Можно разнообразить игру, раскладывая произвольное число предметов на произвольное число рядов. Есть еще вариант игры называемый «Мизер – ним» – в этом случае проигрывает игрок, взявший последний предмет.

### 1.2 Правила игры Ним

Ним — игра для двух игроков, каждый из которых по очереди делает ход. Перед игроками располагается поле с камнями. Известны различные варианты игр:

- фишки раскладываются в несколько рядов;
- игроки по очереди забирают камни из любого ряда;

- не разрешается за один ход брать камни из нескольких рядов;
- за один ход игрок должен взять хотя бы один камень;
- выигрывает тот, кто возьмет последний камень.

Стратегия основана на двоичной системе счисления. Каждую комбинацию фишек (камней) названа либо опасной, либо безопасной. Если позиция, создавшаяся после очередного хода игрока, гарантирует ему победу, то она называется безопасной. В противном случае, позиция опасная. Любую опасную позицию всегда можно превратить в безопасную с помощью соответствующего хода. С другой стороны, если перед очередным ходом игрока уже сложилась безопасная позиция, то любой его ход превращает позицию в опасную. Таким образом, оптимальная стратегия игрока состоит в том, чтобы каждым ходом опасную позицию превращать в безопасную и заставлять соперника превращать позицию в опасную. Использование оптимальной стратегии гарантирует победу игроку тогда и только тогда, когда он ходит первым и начальная позиция фишек опасна, или он когда он ходит вторым, а начальная позиция безопасна. Для того, чтобы определить, опасна ли позиция, или она безопасна, требуется количество фишек в каждом ряду записать в двоичной системе счисления и вычислить сумму чисел в каждом столбце (разряде). Если эта сумма четна, то позиция безопасна. Если сумма хотя бы в одном разряде нечетна, то позиция опасна. Эквивалентный, но более простой способ оценки позиции состоит в том, чтобы представить количество фишек в каждой кучке (в каждом ряду) в виде суммы степеней двойки, а затем вычеркнуть все пары одинаковых степеней и просуммировать оставшиеся степени. В результате получается так называемая «ним-сумма» для данной позиции.

## 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 2.1 Ход исследования.

Предположим, например, что в начале игры имеются три кучки – из трех, пяти и семи фишек. Запишем эти числа в следующем виде.

$$3 = 2 + 1;$$

$$5 = 4 + 1;$$

$$7 = 4 + 2 + 1.$$

Если вычеркнуть соответствующие пары четверок, двоек и единиц, то сумма того, что осталось равна единице – это и есть ним-сумма для данной позиции. Позиция безопасна в том и только в том случае, если ним-сумма для нее равна нулю. В противном случае позиция оказывается опасной (как в рассмотренном примере). Для того, чтобы обеспечить свой выигрыш, имея перед собой опасную позицию, игроку следует превратить ее в безопасную. В данном случае если взять одну фишку из любой кучки, то ним-сумма позиции уменьшится до нуля. Как и во всех играх такого рода, в игре Ним можно играть «наоборот», когда тот игрок, который забирает последнюю фишку, считается проигравшим. Для многих игр со взятием фишек стратегия игры «наоборот» чрезвычайно сложна, однако для игры «Ним» в этом случае требуется ввести в стратегию лишь достаточно тривиальные изменения, касающиеся только конца партии. В самом деле, для того, чтобы выиграть требуется просто придерживаться обычной стратегии, причем таким образом, чтобы оставить нечетное число кучек, состоящих из одной фишки.

### 2.2 Результат исследования

Доказать, что выигрывающей позицией является позиция с двумя равными кучками. Игрок, сумевший после своего хода попасть в такую позицию, всегда сможет выиграть.

Алгоритм распознавания выигрышной позиции следующий:

Нужно количество фишек в каждой кучке записать в двоичной системе и вычислить сумму по модулю 2 полученных двоичных наборов – это, так называемая ним-сумма. Для этого надо найти сумму всех младших разрядов, потом следующих разрядов (разряды, которые отсутствуют, записываются нулями). Работать последовательно. А затем записать полученные суммы в виде наборов (могут быть наборы и недвоичные), а потом каждую цифру в наборе заменить на остаток от деления на 2.

Набор из одних нулей-00000, например, это выигрышная ситуация.

Разберём случай, если в кучках 3,7,12 и 17 фишек.

Числу 3 соответствует код 11, так как при делении 3 на 2 получается в остатке дважды по 1.

Числу 7 – код 111, числу 12 - 1100, а числу 17 - 10001. Таким образом, придётся покомпонентно сложить наборы 11, 111, 1100 и 10001. Получим 11223. Чтобы получить ним-сумму, действуем по правилу  $1+1 = 0$ ,  $1+0 = 1$ ,  $0+1 = 1$  и  $0+0 = 0$ . Таким образом, ним-сумма примет вид - 11001. А, следовательно, позиция проигрышная для тех, кто в неё попал после своего хода.

Противник может сделать ход, которым он попадёт в позицию с нулевой ним-суммой. Для этого он может оставить в последней кучке число фишек, равное в двоичной записи ним-суммы наборов 10001 и 11001, а в сумме это и есть 01000. Тогда ним-сумма чисел, образующих новую позицию, будет равна ненулевому набору, так как сумма будет отличаться от прежней суммы 11001 прибавлением к ней по правилу прибавления по модулю 2 набора 11001. В результате мы получим:  $11001+11001=00000$ , то есть нулевой набор. Ура, победа. А что из этого следует?

Берём из последней кучки фишек 17. Это число 01000, так как  $01000 = 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 0 + 8 + 0 + 0 + 0 = 8$ . Таким образом,  $17 - 8 = 9$ . Вывод: из последней кучки надо взять 9 фишек.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

При игре с двумя равными кучками побеждает тот игрок, который первым попал в позицию с нулевой ним – суммой. Эта сумма равна 00000. Дальше, даже при любой игре противника, при своём ходе игрок опять сможет попасть в такую позицию. В конце игры он обязательно возьмёт последнюю фишку. А раз игрок взял последнюю фишку, да что угодно, но последнюю, то он в выигрыше и его можно поздравить с победой.

### **СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ.**

1. Т. Крапивко, «Математические игры и головоломки», п. Большой Исток, 2008 г.
2. Мультимедийная энциклопедия Кирилла и Мефодия.
3. Энциклопедия [электронный ресурс]. – Режим доступа: Математические развлечения.
4. А.А. Петров, «Математические игры и головоломки», г. Кемерово, 1999 г.
5. Е.Я. Гик, «Занимательные математические игры».
6. И. Ганчев, К. Чимев, Й. Стоянов, «Математический фольклор».
7. Издательство «Росмен», «Энциклопедия математика».
8. Место игр [электронный ресурс]. – Режим доступа: [playland.ru](http://playland.ru). Я.М. Яглом «Необыкновенная алгебра», М.: ,1968
9. С.В.Фомин «Системы счисления» М.: «Наука»,1980