XI Республиканская научно-практическая конференция-конкурс
научно-исследовательских работ учащихся средних,
средних специальных учебных заведений и студентов вузов
«От Альфа к Омеге…» (с международным участием)
Секция 1.Алгебра, геометрия и математический анализ
РЕФЕРАТЫ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ ШКОЛЬНИКОВ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 28 г.Гродно»

УПАКОВКА ШАРОВ

Иоч Алина Андреевна, **Бабонова Юлия Гургеновна,**
учащиеся 7 «А» класса

Каштанова Елена Геннадьевна,
учитель математики
ГУО «СШ № 28 г.Гродно»,
первая кв. категория учителя математики

Гродно, 2021

УПАКОВКА ШАРОВ

А. А. Иоч, Ю. Г. Бабонова
ГУО «Средняя школа № 28 г. Гродно», 7 «А» класс,
Гродно, Беларусь

Научный руководитель – Е.Г. Каштанова, учитель математики ГУО «СШ № 28 г. Гродно», первая кв. категория учителя математики.

Работа 18 с., 2 ч., 17 рис., 2 табл., 3 источников, 1 прил.

Ключевые слова: упаковка шаров, социальная дистанцирование.

В работе рассматривается задача об упаковке шаров и ее применимость на практике, для решения социально значимой ситуации связанной с COVID-19, на примере рассадки учащихся одного из классов в одном из учреждений образований г.Гродно.

Объектом исследования является допустимое количество учащихся, которые могут обучаются в 36 кабинете средней школы № 28 г.Гродно, соблюдая социальную дистанцию.

Цель работы – изучение и систематизация теоретического материала основанного на задаче об упаковке шаров, анализ применимости данной задачи к решению задачи на определение максимального числа учащихся, которые могут обучаться в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно и нахождение оптимальной рассадки учащихся 7«А» класса в этом же кабинете, соблюдая социальную дистанцию, в частности, находясь на расстоянии не менее полутора метров друг от друга.

Работа посвящена практическому применению задачи об упаковке шаров, через определению оптимальной рассадки и рассмотрению разных способов размещения учащихся, через …

В результате исследования впервые были получены результаты по определению максимального количества учащихся, которые могут обучаться в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно, соблюдая социальную дистанцию.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В жизни каждого человека происходят разные события и каждое из них остается в памяти надолго, особенно, если оно касается ни одного, а всей семьи, всего класса, города, страны или всего мира. Одним из последних страшных событий можно назвать пандемию, вызванную ковид 19 (COVID-19). Даже в такие тяжелые времена не стоит лишать детей образования из-за боязни заражения коронавирусом. Главная задача каждого учреждения образования создать безопасные условия для образовательного процесса и отдельно для каждого учащегося в классе через введение социальной дистанции и обязательного ношения маски.

Актуальность этой работы бесспорна, ведь сегодня миллионы людей по всему миру обеспокоены о том как обезопасить себя и своих близких от коронавируса. С первого взгляда может показаться, что такая тема, как упаковка шаров (сфер) придётся по душе только математикам. Ведь кому кроме них будет интересно искать наиболее эффективные способы размещения кругов на плоскости или шаров (сфер) в пространстве? Однако в сегодняшних реалиях очень большое количество людей по всему миру именно размышляют об этой задаче.

Объектом нашего исследования является допустимое количество учащихся, которые могут обучаются в 36 кабинете средней школы № 28 г.Гродно, соблюдая социальную дистанцию.

Целью данной исследовательской работы является изучение и систематизация теоретического материала основанного на задаче об упаковке шаров, анализ применимости данной задачи к решению задачи на определение максимального числа учащихся, которые могут обучаться в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно и нахождение оптимальной рассадки учащихся 7«А» класса в этом же кабинете, соблюдая социальную дистанцию, в частности, находясь на расстоянии не менее полутора метров друг от друга.

Для достижения поставленной цели нами был решен ряд следующих **основных задач.** В частности:

1. На основе изучения и анализа научно-популярной, тематической литературы, ресурсов сети Интернет определены основные понятия и виды упаковки кругов и шаров (сфер).
2. Проведено анкетирование одноклассников и сделан анализ полученных данных.
3. Показана практическая значимость и обоснованность данной работы.

Выдвинутая **гипотеза**. Максимальное количество учащихся, которые могут обучаться в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно, соблюдая социальную дистанцию, должно быть не более 20, а значит рассадка учащихся 7 «А» класса не позволяет данную дистанцию соблюдать.

В работе были использованы следующие **методы исследования**:

1. Сбор информации.
2. Анализ литературы и Интернет-ресурсов по выбранной теме.
3. Анкетирование одноклассников.
4. Практическая работа.
5. Обработка полученной информации (анализ, обобщение и сравнение данных, полученных в ходе исследования).

Данная работа включает **два этапа**: исследование теоретического материала и практическое исследование.

В процессе подготовки работы были изучены доступные теоретические источники, проведена статистическая обработка мнений одноклассников, проведены практические исследования, подготовлен вывод по работе.

Исследовательская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложения.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1 Упаковка шаров: основные понятия

Начало 2020 года просто ошеломило людей во всем мире различными трагическими событиями: пожары в Австралии, бомбардировки, падение украинского самолета Боинг 737, но, самым страшным и трагичным событием мирового масштаба стала пандемия новой коронавирусной инфекции COVID-19, которая практически парализовала жизнь, сначала в Китае, а затем поочередно во всех странах мира. Коронавирус в 2020 году изменил жизнь простых людей, заставил провести переоценку ценностей. И возможно, победив этот вирус, мир уже никогда не станет прежним.

Вспышка COVID-19 впервые была зафиксирована в Ухане, Китай, в декабре 2019 года. 30 января 2020 года Всемирная организация здравоохранения объявила эту вспышку чрезвычайной ситуацией в области общественного здравоохранения, имеющей международное значение, а 11 марта - пандемией. По состоянию на 15 февраля 2021 года, в ходе пандемии было зарегистрировано свыше 109 млн случаев заболевания по всему миру; более 2,4 млн человек скончалось и более 81,5 млн выздоровело.

Пандемия COVID-19 усугубила проблемы, с которыми сталкиваются и без того перегруженные системы образования во всем мире. Учителям пришлось в считанные дни перейти на дистанционное (удаленное) преподавание, изучить новые методы обучения, а также сделать все возможное для того, чтобы дети, у которых нет компьютеров и смартфонов, не отставали от общей программы.

С началом пандемии, по всему миру начали закрываться школы, общественные места, спустя время и пройдя пик пандемии все встало возвращаться на свои места.

Определить, как безопасно открыть здания и общественные места, соблюдая социальную дистанцию – это, в частности, задача в геометрии. Если каждый человек должен находиться на расстоянии не менее полутора метров от других людей, тогда чтобы посчитать, сколько человек может сидеть в классе или столовой, нужно упаковать непересекающиеся круги на плане помещения.

Естественно, для борьбы с коронавирусом нужно решить гораздо больше задач, чем эту, геометрическую. Однако упаковка кругов и шаров (сфер) играет в этом свою роль – так же, как моделирование кристаллических структур в химии и абстрактные пространства сообщений в теории информации. Эта задача, кажущаяся простой по описанию, занимала умы величайших математиков в истории, и интереснейшие исследования в этой области ведутся и сегодня, в частности, в высших измерениях. К примеру, недавно математики нашли наилучший способ упаковки в 8- и 24-мерных пространствах – а эта техника необходима для оптимизации кодов коррекции ошибок, используемых как в сотовых телефонах, так и в обмене информацией с космическими зондами.

Упаковка шаров — задача комбинаторной геометрии о размещении непересекающихся одинаковых шаров в евклидовом пространстве. Типичная постановка задачи звучит так: найти способ расположения шаров в пространстве, при котором занята наибольшая доля этого пространства.

Задачи упаковки — это класс задач оптимизации в математике, в которых пытаются упаковать объекты в контейнеры. Цель упаковки — либо упаковать отдельный контейнер как можно плотнее, либо упаковать все объекты, использовав как можно меньше контейнеров. Многие из таких задач могут относиться к упаковке предметов в реальной жизни, вопросам складирования и транспортировки. Каждая задача упаковки имеет двойственную задачу о покрытии, в которой спрашивается, как много требуется некоторых предметов, чтобы полностью покрыть все области контейнера, при этом предметы могут накладываться.

В задаче упаковки задано:

- «контейнеры» (обычно одна двумерная или трехмерная выпуклая область или бесконечная область);

- множество «объектов», некоторые из которых или все должны быть упакованы в один или несколько контейнеров. Множество может содержать различные объекты с заданными размерами, или один объект фиксированных размеров, который может быть использован несколько раз.

Обычно в упаковке объекты не должны пересекаться и объекты не должны пересекать стены контейнера. В некоторых вариантах цель заключается в нахождении конфигурации, которая упаковывает один контейнер с максимальной плотностью. В более общем виде целью является упаковка всех объектов в как можно меньше контейнеров. В некоторых вариантах наложение (объектов друг на друга и/или на границы контейнера) разрешается, но это наложение должно быть минимизировано.

Рассмотрим некоторые сложности, возникающие, когда мы пытаемся заполнить пространство простейшей из форм. В случае упаковки апельсинов в ящики или безопасной рассадки учащихся в классе с соблюдением социальной дистанции, критически важным компонентом для решения задачи об упаковке шаров служит размер и форма вашего контейнера. Но для большинства математиков теория упаковки шаров (сфер) связана с заполнением всего пространства. Если говорить о двух измерениях, то это означает покрытие плоскости непересекающимися кругами одинакового размера.

1.2 Виды упаковок кругов на плоскости

Рассмотрим примеры упаковки кругов на плоскости. Один из примеров упаковки кругов на плоскости похож сверху на упаковку газированных напитков (см. рисунок 1.1).

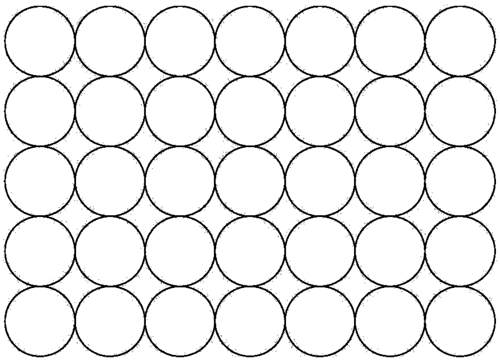

Рисунок 1.1 - Вид сверху упаковки на плоскости

Можно представить, как эта закономерность повторяется по всем направлениям, как плитка, которой замостили плоскость. Небольшие промежутки между кругами говорят о том, что плоскость заполнена не полностью, однако в случае с упаковкой кругов этого следует ожидать. Нам же интересно, какой процент плоскости оказывается покрытым. Это будет «плотность упаковки» конкретного метода. Приведенный выше метод называется **квадратной упаковкой**, и не зря – центры кругов можно представить в роли вершин квадратов (см. рисунок 1.2). И на самом деле, эти квадраты сами замощают плоскость.

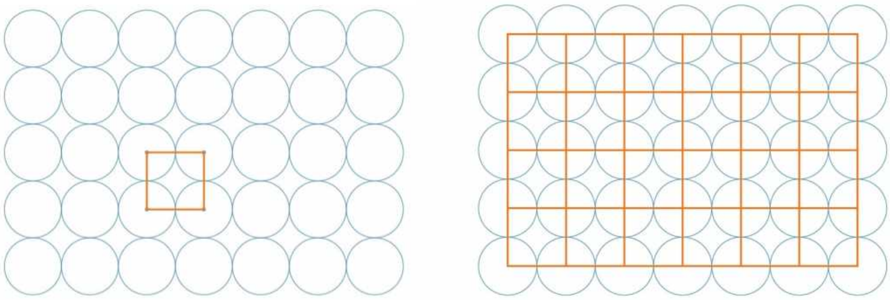

Рисунок 1.2 - Квадратная упаковка

Нашу задачу облегчает симметричность узора. Поскольку эти квадраты покрывают всю плоскость периодическим образом, процент плоскости, покрытый кругами, совпадает с процентом квадрата, покрытого кругами. Рассмотрим один из таких квадратов (см. рисунок 1.3).

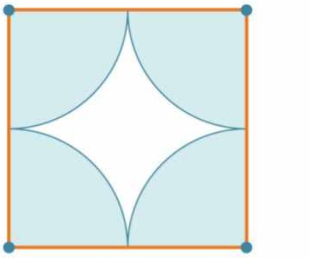

Рисунок 1.3 - Квадрат покрытый кругами

Допустим, радиус круга равен *r*. Это означает, что длина стороны квадрата равна *2r*. В каждой из вершин квадрата находится четверть круга, поэтому процент покрытия каждого квадрата просто равен отношению площади одного полного круга к площади одного полного квадрата:

$$S_{круга} : S_{квадрата} = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}7854. \quad (1.1)$$

Каждый квадрат примерно на 78,54% покрыт кругами, поэтому, учитывая замощение плоскости, вся она покрыта кругами примерно на 78,54%. Такова плотность квадратной упаковки. Заметьте, что из ответа исчез радиус r. И в этом есть смысл: неважно, какого размера круги, — в квадрате всё равно будет четыре четверти круга.

Если пытаться складывать банки с газированным напитком на боку следующим образом, а они соскальзывали и заполняли промежутки, тем самым, это говорит о том что существует еще один способ упаковать круги на плоскости (см. рисунок 1.4).

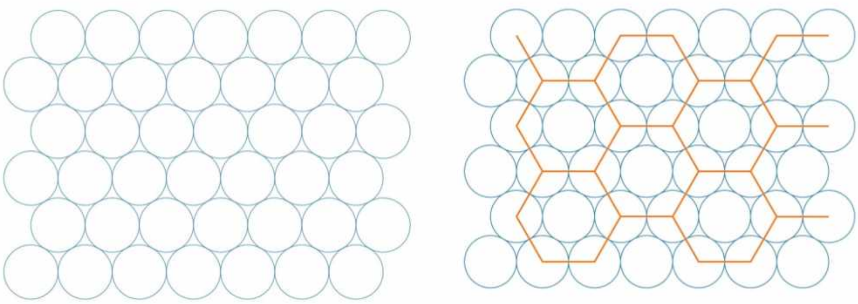

Рисунок 1.4 - Шестиугольная упаковка

Применим сходный с предыдущим подход, и представим, что центры кругов в данном случае формируют правильные шестиугольники (см. рисунок 1.4). Это и есть **шестиугольная упаковка**. Кажется, что такой метод эффективнее заполняет промежутки по сравнению с квадратным. Чтобы проверить это, сравним их плотности упаковки. Шестиугольники, как и квадраты, полностью замощают плоскость, поэтому мы можем определить плотность этого метода, проанализировав единственный шестиугольник (см. рисунок 1.5).

Определим какая часть шестиугольника покрыта кругами. Поскольку у правильного шестиугольника внутренний угол равен 120°, в каждом из углов находится по трети круга. Получается два полных круга, а средний круг идет третьим. Поэтому каждый шестиугольник покрывается тремя кругами. Если радиус каждого круга *r*, получается площадь в $3\pi r^2$ (см. рисунок 1.5).

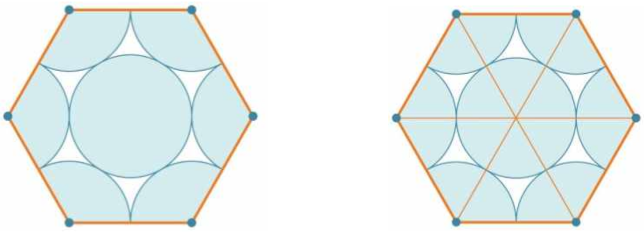

Рис.1.5 - Шестиугольник покрытый кругами

Как это соотносится с площадью шестиугольника? Шестиугольник с длиной стороны b – это шесть равносторонних треугольников с длиной стороны b, площадь каждого из которых равна $\frac{\square^2\sqrt{3}}{4}$. Поэтому площадь шестиугольника равна $6\cdot\frac{\square^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\square^2\sqrt{3}}{2}$. Поскольку длина стороны нашего шестиугольника равна $2r$, его площадь равна:

$$\square_{шестиугольника}=\frac{3\square^2\sqrt{3}}{2}=\frac{3(2\square)^2\sqrt{3}}{2}=\frac{12\square^2\sqrt{3}}{2}=6\square^2\sqrt{3}. \tag{1.2}$$

Теперь можно вычислить процент покрытой кругами площади шестиугольника (поделив площадь шести кругов на площадь шестиугольника):

$$\square_{круга}:\square_{шестиугольника}=\frac{3\square\square^2}{6\square^2\sqrt{3}}=\frac{3\square}{6\sqrt{3}}==\frac{\square}{2\sqrt{3}}\approx 0{,}9069. \tag{1.3}$$

Каждый шестиугольник примерно на 90,69% покрыт кругами, поэтому такая упаковка будет куда как более эффективной, чем квадратная. Заметьте, как радиус круга снова исчез, как и ожидалось. На самом деле, более эффективной упаковки не существует.

Но доказать это было нелегко. Такие знаменитые математики, как Жозеф Луи Лагранж и Карл Фридрих Гаусс начали работать над этим в конце XVIII и начале XIX веков, однако полностью проблему решили только в 1940-х, тщательно обработав все возможные расположения – периодические и непериодические. То, что на решение задачи в двух измерениях, где всё достаточно легко представить, ушло так много времени, может служить предупреждением тому, что ждёт нас в высших измерениях.

1.3 Виды упаковок шаров (сфер) в трех измерениях

Упаковка шаров (сфер) в трёх измерениях – гораздо более сложная задача, хотя у неё есть определённое сходство с её двумерным родственником. К примеру, рассмотренные нами двумерные упаковки состоят из одного слоя (см. рисунок 1.6).

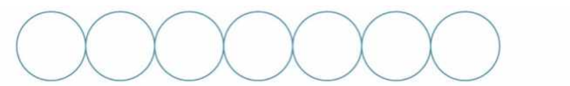

Рисунок 1.6 - Один слой шаров

Для квадратной упаковки мы клали каждый слой сверху предыдущего (см. рисунок 1.7).

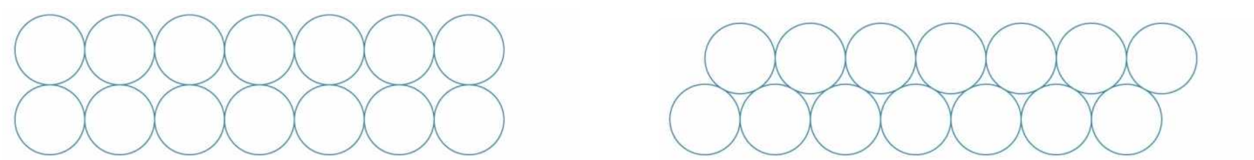

Рисунок 1.7 - Квадратная и шестиугольная упаковка в два слоя в двумерном пространстве

Для шестиугольной упаковки мы размещали новые слои в промежутках предыдущего (см. рисунок 1.7). Разные упаковки получаются в зависимости от того, как мы соединяем копии разных слоёв.

В трёх измерениях от такого размещения слоев друг на друге возникают фундаментально разные упаковки.

Это слой шаров (сфер), упакованных шестиугольно, так, как подсказывает наша оптимальная упаковка кругов на плоскости (см. рисунок 1.8). Точно так же можно поставить второй слой на первый, размещая шары (сферы) в промежутках между нижними сферами (см. рисунок 1.8). Но в трёх измерениях геометрия немного усложняется. В каждом слое сфер расстояние между соседними промежутками получается меньше, чем расстояние между центрами сфер. Поэтому в каждый промежуток сферу не разместишь – они бы пересеклись. Поэтому промежутки в двух слоях выстраиваются в линию, создавая идущие через упаковку каналы (см. рисунок 1.9).

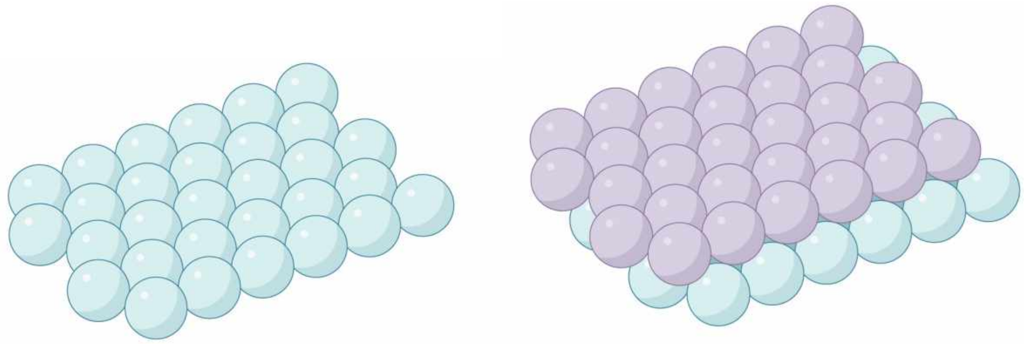

Рисунок 1.8 - Слой шаров (сфер), упакованных шестиугольно в трехмерном пространстве

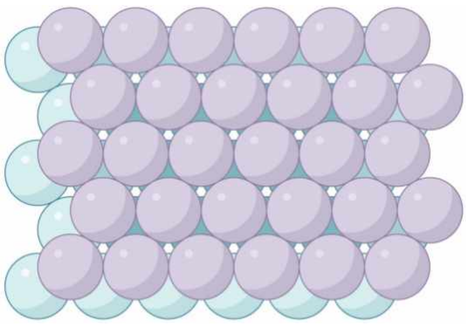

Рисунок 1.9 - Вид сверху двух слоев шаров (сфер), упакованных шестиугольно в трехмерном пространстве

Разместить третий слой можно двумя способами. Можно выровнять промежутки с нижними, и оставить каналы открытыми. Вот вид сбоку на такое расположение (см. рисунок 1.10):

Рисунок 1.10 - Вид сбоку и вид сверху трех слоев шаров (сфер), упакованных шестиугольно в трехмерном пространстве. Шестиугольная плотная упаковка

Для того, чтобы оставить каналы открытыми, нужно разместить сферы в третьем слое прямо над сферами из первого слоя. Такое размещение сфер называется «шестиугольной плотной упаковкой» (ШПУ), и если посмотреть на него сверху, видно открытые промежутки, идущие насквозь (см. рисунок 1.10).

Другой вариант размещения третьего слоя – закрытие каналов. Сферы в третьем слое помещаются прямо над промежутками первого (см. рисунок 1.11).

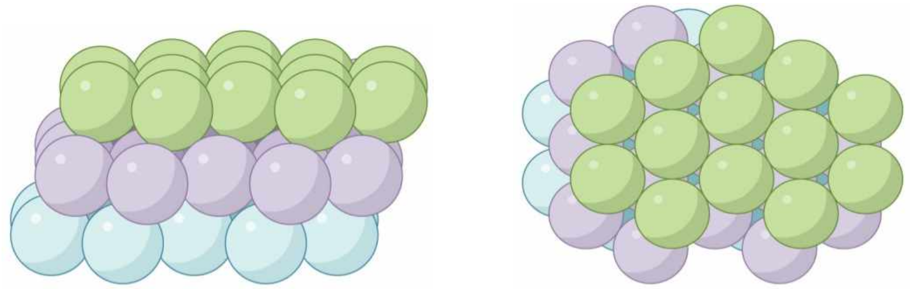

Рисунок 1.11 - Вид сбоку и вид сверху трех слоев шаров (сфер), упакованных шестиугольно в трехмерном пространстве. Кубическая плотная упаковка

Это называется «гранецентрированной кубической» (ГК) или «кубической плотной упаковкой». Если посмотреть сверху, промежутков не будет (см. рисунок 1.11).

Два этих схожих, но фундаментально разных расположения, возникают в химии, описывая расположение атомов в разных материалах. К примеру, у таких металлов, как серебро и золото структура имеет вид «кубической плотной упаковкой», а у металлов типа цинка и титана – «шестиугольной плотной упаковкой». Каждый метод из двух позволяет заполнить пространство сферами. В методе «шестиугольной плотной упаковкой» в каждом втором слое сферы расположены абсолютно одинаково, а в «кубической плотной упаковкой» – в каждом третьем. Можно создавать бесконечное количество разных упаковок, комбинируя оба этих метода, однако интересно, что и «шестиугольной плотной упаковкой», и «кубической плотной упаковкой» дают оптимальную упаковку! Их плотность упаковки не только одинаковая, $\square \cdot 3\sqrt{2} \approx 0{,}7405$– это наиболее плотная из возможных упаковок в трёхмерном пространстве. Знаменитый математик и астроном Иоганн Кеплер предположил это в 1611 году, однако полное доказательство смог вывести только математик Томас Хейлс в 1998 году.

В трёхмерном пространстве есть больше места, и у нас есть больше способов эффективно упаковать сферы. При добавлении размерностей сложность упаковки только возрастает – там больше места, больше возможностей, а представить это себе тяжелее. Кроме того, в высших измерениях сферы становятся меньше.

Рассмотрим круг, вписанную в квадрат с длиной стороны 1 (см. рисунок 1.12). Радиус круга r = 1/2, поэтому отношение площади круга к площади квадрата равно:

$$\square_{круга} : \square_{квадрата} = \frac{\square\square^2}{\square^2} = \frac{\square(0{,}5)^2}{1^2} = \frac{\square}{4} \approx 0{,}7854. \quad (1.4)$$

Рисунок 1.12 - Круг вписанный в квадрат и шар (сфера) вписанный в куб

Что также равно плотности упаковки квадрата в двух измерениях. Теперь рассмотрим объём сферы, вписанной в единичный куб (см. рисунок 1.12). Радиус сферы опять равен r = 1/2, поэтому отношение объёма сферы к объёму куба равно:

$$V_{сферы} : V_{куб} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{d^3} = \frac{\frac{4}{3}\pi (0{,}5)^3}{1^3} = \frac{4}{3}\pi\frac{1}{8} = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}5236. \quad (1.5)$$

Заметьте, что доля куба, занимаемая вписанной в него сферой в трёх измерениях, меньше, чем доля квадрата, занимаемая вписанным в него кругом в двух измерениях. Эта закономерность продолжается: с ростом измерений это отношение уменьшается. С ростом *n* *n*-мерные сферы занимают всё меньше и меньше *n*-мерного пространства.

Это можно показать при помощи алгебры, но можно и понять, если задуматься об углах. В любом измерении можно вписать *n*-мерную сферу в *n*-мерный куб. Сфера касается граней куба, но не доходит до углов, поэтому вокруг каждого угла есть регион, находящийся внутри куба, но снаружи сферы. Однако у *n*-мерной коробки будет 2^n углов, то есть, с увеличением n количество непокрытых сферой участков растет экспоненциально. Кроме того, расстояние между углами и сферой также растёт. Это означает, что в долгосрочной перспективе пространство, находящееся внутри *n*-мерного куба, но снаружи *n*-мерной сферы просто задавит пространство, занимаемое сферой.

Если сжатие сфер вам кажется недостаточно странным, то математики, занимавшиеся упаковкой сфер, заметили нечто еще более неожиданное в измерениях 8 и 24. В этих измерениях сферы уменьшаются как раз настолько, чтобы суметь заполнить промежутки между новыми сферами, что даёт сверхплотную упаковку в этих измерениях. Была высказана гипотеза об оптимальности этих особых методов, однако точно это не было известно до 2016 года, когда Марина Вязовская доказала эту теорему для 8-мерного пространства. Через неделю Вязовская с помощниками расширили её метод для доказательства и в случае 24-мерного пространства.

Из работы Вязовской следует, что теперь мы знаем наиболее эффективные способы упаковки сфер в измерениях 1, 2, 3, 8 и 24. Но в других измерениях остаётся ещё очень много работы. Так что доставайте апельсины и банки с газировкой, и начинайте экспериментировать. Возможно, именно вы сможете заполнить важные пробелы.

2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1 Анкетирование учащихся

Сложившая ситуация в мире и в нашей стране подтолкнуло нас к гипотезе, что несоблюдение мер безопасности и профилактики от COVID-19 является причиной распространения вируса. Для подтверждения своей гипотезы нами было проведено анкетирование учащихся 7 «А» класса. Для этого была составлена анкета (Приложение А), состоящая из 8-ми вопросов. В анкетировании приняли участие 21 учащийся 7 «А» класса. Опрос проводился анонимно. Анкетирование показало, что у 33% всех опрошенных учащихся, кто-то из близких родственников болел COVID-19, при этом 14% опрошенных сами болели данным заболеванием (таблица 2.1).

Таблица 2.1 - Результаты анкетирования

Вопрос	Да	Нет
1. Болели ли COVID-19 ваши близкие родственники?	33%	64%
2. Болели ли вы сами COVID-19?	14%	86%
3. Укажите предполагаемое место, где вы могли заразиться COVID-19.	Общественные места 100%	
4. Как вы считаете выполняются ли меры безопасности и профилактики от COVID-19 в вашем классе?	14%	86%
5. Как вы считаете выполняются ли меры безопасности и профилактики от COVID-19 в вашем школе?	67%	33%
6. Соблюдаете ли вы меры безопасности и профилактики от COVID-19 в школе?	62%	38%
7. Какие меры безопасности и профилактики от COVID-19 вы соблюдаете?	Ношение маски 54% Обработка рук 46% Соблюдение дистанции 0%	
8. По вашему мнению, может ли в пределах кабинета школы каждый учащийся соблюдать социальную дистанцию?	10%	90%

В качестве предполагаемого места, где могли заразиться COVID-19 переболевшие учащиеся, все 100% указали общественное место. Говоря про общественное место никто не исключает, что им может быть школа. На вопрос «Как вы считаете выполняются ли меры безопасности и профилактики от COVID-19 в вашем классе?», только 14% опрошенных указали «да», при этом по мнению 67% учащиеся, в школе выполняются все необходимые меры безопасности и профилактики от COVID-19. В то же время 62% опрошенных учащихся сами лично выполняют необходимые меры безопасности, а именно 54% - носят маски, 46% - обрабатывают поверхность рук антисептическим средством и никто из опрошенных не соблюдает социальную дистанцию. Как выяснилось в ходе анкетирования по мнению 90% опрошенных учащихся 7 «А» класса, в пределах кабинета школы не может каждый учащийся соблюдать социальную дистанцию.

Полученные нами данные по результатам анкетирования свидетельствуют о том, что одним из возможных способов передачи заболевания COVID-19 является не соблюдение социальной дистанции. В результате чего возникает проблема, которую учреждение образования средняя школа №28 г.Гродно должно решать в рамках профилактики.

2.1 Практическое применение задачи об упаковки шаров

В ходе работы нами были проведены замеры кабинета 36 средней школы № 28 г.Гродно, парт, столов, шкафов, др. предметов мебели находящихся внутри, а также всех расстояний между всеми предметами мебели в кабинете (таблица 2.1).

Таблица 2.1 - Замеры в 36 кабинете

Предметы	Размеры (длина см, ширина см)
Кабинет	835x570
Стол учителя 1 (вдоль окна)	130x50
Стол учителя 2	70x50
Шкаф у входа	97x53
Стеллаж у доски	145x60
Стеллаж в конце кабинета	300x45
Парта	120x50
Стул	40x40

Нами был создан план кабинета в двумерном пространстве с помощью программы Planner5d (см. рисунок 2.1).

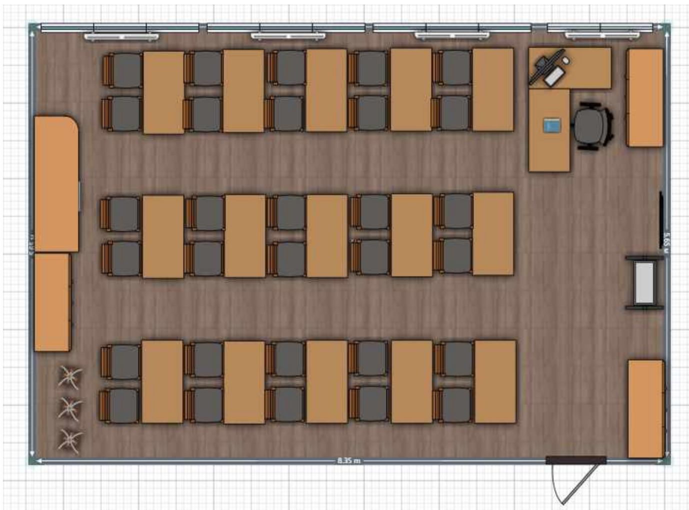

Рисунок 2.1 - План 36 кабинета средней школы №28 г.Гродно

В этой же программе был создан макет для трехмерного пространства (см. рисунок 2.2).

Определим длину (*l*), свободную для рассадки в 36 кабинете учащихся средней школы № 28 г.Гродно, для это из длины кабинета ($\square_{кабинета}$) вычтем ту часть ширины, которую занимают стеллажи ($\square_{стеллаж}$), шкаф ($\square_{шкаф}$) и учительский стол ($\square_{стол}$), с учетом возможной расстановки парт., при этом расстояние между столом учителя и стеллажом не учитываем, т.к. экономим пространство для максимально оптимальной рассадки , а значит и оптимальной расстановки парт.

$$\square = \square_{кабинета} - \square_{стеллаж} - \square_{шкаф} - \square_{стол} = 835\text{-}45\text{-}60\text{-}130 = 600\ (м) \qquad (2.1)$$

В результате вычислений была определена свободная площадь помещения (600х570 см), она составила примерно 34,2 м.кв. Под свободной площадью помещения в данной работе мы будем понимать ту часть плоскости, которую можно использовать для рассадки учащихся 7 «А» класса. При этом выполняя рассадку учащихся обязательным условием было соблюдение социальной дистанции, то есть нахождение друг от друга на расстоянии не менее 1,5м.

Рисунок 2.2 - Макет 36 кабинета средней школы №28 г.Гродно

Каждого учащегося находящегося за партой можно рассматривать как шар с диаметром равным 1,5 м, а это значит задание по рассадке учащихся 7«А» сводится к математической задаче о упаковке шаров. Так как в нашем случае расположение шаров будет в один слой, то данную задачу можно рассматривать в двухмерном пространстве, тем самым задача сводиться к задаче об упаковке кругов на плоскости. В результате наших вычислений свободная для рассадки часть кабинета представляет собой прямоугольник, а значит наша задача состоит в том, чтобы как можно больше непересекающихся кругов разместить в данный полученный прямоугольник.

Рассмотрим возможность рассадки по методу квадратной упаковки, это когда центры кругов, а в нашем случае учащийся, являются вершинами квадратов. Учитывая размеры свободной части кабинета (600х570см), максимальное количество кругов, которое можно расположить в один ряд составляет четыре, т.к.$150 \cdot 4 = 600(см)$, в тоже время таких рядов максимально можно расположить четыре, с учетом того что расстояние от учащего(ей)ся до окна или стены 30 см: $150 \cdot 4 - 60 = 540\ (см)$, т.к. 540 см<570 см (см. рисунок 2.3). При такой рассадке по методу квадратной упаковки максимальное количество учащихся, которых можно рассадить в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно с учетом социальной дистанции составляет 16 человек, при этом парты расставляются в два ряда совмещая по две в один ряд.

Рисунок 2.3 - План и макет рассадки учащихся в свободной части 36 кабинета средней школы №28 г.Гродно по методу квадратной упаковки

Рассмотрим второй возможный вариант рассадки по методу шестиугольной упаковки, это когда центры кругов (учащиеся) формируют правильные шестиугольники (см. рисунок 2.4).

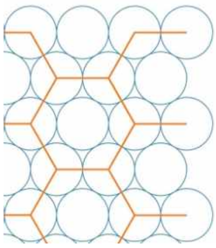

Рисунок 2.4 - Рассадка учащихся свободной части 36 кабинета средней школы №28 г.Гродно по методу шестиугольной упаковки

Рассмотрим троих учащихся сидящих в одну линию.(см. рисунок 2.5) Они образуют равнобедренный треугольник, если из вершины треугольника провести к основанию высоту, образуется два прямоугольных треугольника, где гипотенуза равна 1,5м, а меньший катет 0,75м. Используя теорему Пифагора, найдем длину большего катета.

$$\square^2 = \square^2 + \square^2, \square^2 = \square^2 - \square^2 = 1{,}5^2 - 0{,}75^2 = 2{,}25 - 0{,}5625 = 1{,}6875, \square \approx 1.3см$$

(2.2)

Расстояние между первым и третьим учащимися, сидящими в одну линию составляет 2,6м, а так как расстояние между третьим и пятым учащимися такое же, то это значит что расстояние между первым и пятым учащимися равно будет равно 5,2м, при максимальной ширине кабинета 5,7м. Из полученных вычислений следую, что максимальное количество рядов при шестиугольной упаковке равно пяти. При этом в нечетных рядах максимальное количество учащихся равно четырем, когда в четных рядах равно трем. При такой рассадке по методу шестиугольной упаковки максимальное количество учащихся, которых можно рассадить в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно с учетом социальной дистанции составляет 18 человек.

Рисунок 2.5 - План и макет рассадки учащихся в свободной части 36 кабинета средней школы №28 г.Гродно по методу шестиугольной упаковки

По полученным нами результатам максимальное количество учащихся, которые могут обучаться в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно, соблюдая социальную дистанцию, получилось равным 18, а это значит наша гипотеза оказалась верной и не существует такой рассадки для учащихся 7«А» класса в составе 23 человек, которая бы им позволила обучаться в классе соблюдая социальную дистанцию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе изучения литературы и материалов сети интернет мы выяснили, что существуют наиболее эффективные способы упаковки сфер в измерениях 1, 2, 3, 8 и 24. Но в других измерениях остаётся ещё очень много работы. В ходе проведения анкетирования одноклассников и исследования мы выяснили, что учащиеся 7«А» класса не выполняют в полной мере профилактику и не соблюдают меры безопасности от COVID-19, в частности нарушая социальную дистанцию, тем самым подвергая друг друга риском заражения коронавирусом.

Проведенное нами исследование помогло убедиться в правильности выдвинутой гипотезы: максимальное количество учащихся, которые могут обучаться в 36 кабинете средней школы №28 г.Гродно, соблюдая социальную дистанцию, должно быть не более 20, а значит рассадка учащихся 7 «А» класса не позволяется данную дистанцию соблюдать.

Таким образом, задачи научно-исследовательской работы решены, поставленная цель достигнута, выдвинутая гипотеза доказана.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения//Перевод с английского Данилова Ю.А., под редакцией Смородинского Я.А. - Москва: Мир, 1971 - 511 с.

2. Хабрахабр. Математика социальной дистанции – это урок геометрии [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://itnan.ru/post.php?c=1&p=512030/. - Дата доступа: 22.07.2020.

3.Wikiwand[Электронный ресурс].- Режим доступа: http://www.wikiwand.com/ru/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B8_%D1%83%D0%BF%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D0%BA%D0%B8/. - Дата доступа: 22.10.2020.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

АНКЕТА

1. Болели ли COVID-19 ваши близкие родственники? (да/нет).
2. Болели ли вы сами COVID-19? (да/нет)
3. Укажите предполагаемое место, где вы могли заразиться COVID-19. (дома/школа/общественное место)
4. Как вы считаете выполняются ли меры безопасности и профилактики от COVID-19 в вашем классе? (да/нет)
5. Как вы считаете выполняются ли меры безопасности и профилактики от COVID-19 в вашем школе? (да/нет)
6. Соблюдаете ли вы меры безопасности и профилактики от COVID-19 в школе? (да/нет)
7. Какие меры безопасности и профилактики от COVID-19 вы соблюдаете? (ношу маску/обрабатываю антисептиком руки/соблюдаю социальную дистанцию)
8. По вашему мнению, может ли в пределах кабинета школы каждый учащийся соблюдать социальную дистанцию? (да/нет)