XI Республиканская научно-практическая конференция-конкурс научно-исследовательских работ учащихся средних, средних специальных учебных заведений и студентов вузов «От Альфа к Омеге…» (с международным участием)
Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ ШКОЛЬНИКОВ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 4 г. Волковыска»

ЗАДАЧА ИОСИФА ФЛАВИЯ ИЛИ СЧИТАЛОЧКА

Кулаковский Дмитрий Александрович,
Герман Анастасия Игоревна,
учащиеся 6 «Б» класса,
ГУО «Средняя школа №4 г. Волковыска»

Карпенко Ирина Брониславовна,
учитель математики
ГУО «Средняя школа №4 г. Волковыска»,
первая квалификационная категория

Волковыск, 2021

ЗАДАЧА ИОСИФА ФЛАВИЯ ИЛИ СЧИТАЛОЧКА

Д.А.Кулаковский, А.И.Герман
ГУО «Средняя школа №4 г. Волковыска», 6 «Б» класс,
Волковыск, Беларусь
Научный руководитель – И.Б.Карпенко, учитель математики ГУО «Средняя школа №4 г. Волковыска», первая квалификационная категория учителя математики.

Работа 15 с., 5 ч., 3 рис., 3 табл., 8 источников, 3 прил.

Ключевые слова: считалки, «Иудейская война», задача Иосифа Флавия.

В работе исследуется задача – считалочка или задача Иосифа Флавия. Рассматривается задача на поиск закономерности, проводится эксперимент. На основании результатов эксперимента найдена закономерность и выведена формула, проведена проверка справедливости формулы.

Объектом исследования является задача на поиск закономерности.

Цель работы – решить задачу Иосифа Флавия, немного изменив условие задачи.

Работа посвящена изучению исторических сведений об Иосифе Флавии, нахождению закономерности в задаче.

В результате исследования впервые были получены следующие результаты: мы сделали вывод, что задача Иосифа Флавия имеет решение. Закономерность, которая показывает выигрышную позицию при выбывании каждого второго, может быть описана формулой.

Мы считаем, что тема нашей исследовательской работы актуальна, так как задачи на поиск закономерности часто встречаются в олимпиадных заданиях по математике, а задачи исследовательского характера предлагаются на турнирах юных математиков.

ОГЛАВЛЕНИЕ

I. ВВЕДЕНИЕ

Тема нашей исследовательской работы «Задача Иосифа Флавия или считалочка». Считалками считают краткие стихотворения, которые дети используют для распределения ролей между участниками игры. Детские считалки – необходимая часть подвижных игр. Выбрать водящего нужно честно, без обмана, справедливо.

Нас заинтересовала данная тема, потому что нам нравятся задачи на поиск закономерности, а также задачи, которые связаны с какими-то историческими событиями. К тому же часто при выборе ведущего в игре используются различные считалочки, и решение данной задачи позволитнам занять правильную позицию.

Цель исследования:

решить задачу Иосифа Флавия, немного изменив условие задачи.

Задачи исследования:

· изучить литературу по данной теме

· узнать исторические сведения об Иосифе Флавии и его легенде

· провести эксперимент с помощью одноклассников

· найти закономерность в решении данной задачи

Объект исследования: задачи на закономерности.

Предмет исследования: задача считалочка.

Гипотеза исследования: закономерность для решения задачи существует.

Методы исследования:

· поисковый

· эксперимент

· обработка и анализ информации

· выявление формул и закономерностей путём опытов.

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1. Задача. Считалочка

Несколько школьников стоят по кругу и играют в считалочку. Выходят через одного, начиная со второго (выходят второй, четвертый, шестой и т. д.). Требуется найти, каким по счету нужно встать, чтобы остаться последним в кругу.

2.2. Задача Иосифа Флавия. Исторические факты

На самом деле задача возникла во вполне военной обстановке: в «Иудейской войне» Иосифа Флавия есть история о том, что «он в составе отряда из 41 иудейского воина был загнан римлянами в пещеру. Предпочитая самоубийство плену, воины решили выстроиться в круг и последовательно убивать каждого третьего из живых, до тех пор пока не останется ни одного человека. Однако Иосиф наряду с одним из своих единомышленников счел подобный конец бессмысленным — он быстро вычислил спасительные места в порочном круге, на которые поставил себя и своего товарища. И лишь поэтому мы знаем его историю.(рис.1)

Рисунок.1 Ио́сиф Фла́вий - еврейский историк и военачальник

2.3. Решение задачи

В задаче Иосифа Флавия выбывал каждый третий, но мы решили, что нам будет сложно пока найти эту закономерность, поэтому в нашей работе мы искали победителя, если каждый второй участник будет выбывать из круга.

Практическая часть

<u>Эксперимент</u>

В своём классе мы провели эксперимент. (Приложение А)Мы решили разыграть считалочку с одноклассниками. И попросили одну из одноклассниц выбрать себе место, на котором, как она считает не выйдет из круга. Результаты эксперимента представляем в виде таблицы №1.

Количество участников						
Выбранное место						
Победитель						

Таблица 1. Результаты эксперимента

Как видно из таблицы, 2 раза из 6 она угадала. Когда мы проводили эксперимент, мы называли победителя, и к концу 3-его и 4-ого раза вроде бы появилась закономерность, но как только количество участников увеличилось, то догадаться снова, куда нужно встать у нее не получилось.

Вывод: пользуясь интуицией или методом подбора очень сложно понять, где нужное место.

Далее мы решили с помощью ручки и листа бумаги посчитать для первых 48 участников, какое место должно быть выигрышным.

На 48 окружностях отмечены числа: количество чисел на окружности соответствует количеству участников игры. Выбывающих зачёркиваем, в результате получаем такой результат:(Приложение Б)

В центр круга мы записывали выигрышную позицию для данного количества участников. Но таким образом проследить и найти закономерность было трудным.

Полученные данные мы собрали в таблицу:(Приложение В)

Анализируя данные из таблицы, можно заметить, что все победители стоят на нечётных местах. Это можно объяснить тем, что все четные номера выходят при первом же круге.

Далее обратим внимание на выигрышную позицию под №1. Она повторяется при количестве человек равных: 1; 2; 4; 8; 16; 32 и т.д. Если этот ряд продолжить, то можно заметить, что все числа являются степенями двойки.

Таблица степеней числа 2.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^k	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Таблица 2. Таблица степеней числа 2.

Все попытки вывести зависимость выигрышного положения от количества участников приводили нас в тупик, поэтому мы решили вывести закономерность не от *n*, а от числа, показывающего, на сколько данное количество человек отличается от ближайшей степени 2.

Пользуясь таблицей зависимости *m*от*n*, можно вывести следующую формулу:

$$m = (n - 2^k) \times 2 + 1,$$

где n – это количество человек, стоящих в круге,

m– выигрышная позиция,

k - ближайшая степень двойки.

Далее мы решили проверить справедливость этой формулы для n – чётного и n – нечётного числа участников.

Выбираем произвольно по возрастанию количество игроков:

- n = 1 (частный случай) $2^0 = 1$. Ответ: побеждает №1.
- n = 2 (частный случай) $2^1 = 2$. Ответ: побеждает №1.
- n = 3 m = 1 + 2 (3 – 2) = 1 + 2 · 1 = 3. Ответ: побеждает №3.
- n = 4 (частный случай) $2^2 = 4$. Ответ: побеждает №1.
- n = 5 m = 1 + 2 (5 – 4) = 1 + 2 · 1 = 3. Ответ: побеждает №3.
- n = 6 m= 1 + 2 (6 – 4) = 1 + 2 · 2 = 5. Ответ: побеждает №5.
- n = 7 m=1 + 2 (7 – 4) = 1 + 2 · 3 = 7. Ответ: побеждает №7.
- n = 8 (частный случай) $2^3 = 8$. Ответ: побеждает №1.
- n = 9 m =1 + 2 (9 – 8) = 1 + 2 · 1 = 3. Ответ: побеждает №3.
- n = 10 m =1 + 2 (10 – 8) = 1 + 2 · 2 = 5. Ответ: побеждает №5.
- n = 11 m =1 + 2 (11 – 8) = 1 + 2 · 3 = 7. Ответ: побеждает №7.
- n = 12 m=1 + 2 (12 – 8) = 1 + 2 · 4 = 9. Ответ: побеждает №9.
- n = 13 m =1 + 2 (13 – 8) = 1 + 2 · 5 = 11. Ответ: побеждает №11.
- n = 14 m=1 + 2 (14 – 8) = 1 + 2 · 6 = 13. Ответ: побеждает №13.
- n = 15 m=1 + 2 (15 – 8) = 1 + 2 · 7 = 15. Ответ: побеждает №15.

– $n = 16$ (частный случай) $2^4 = 16$. Ответ: побеждает №1.
– $n = 17$ $m=1 + 2\ (17 – 16) = 1 + 2 \cdot 1 = 3$. Ответ: побеждает №3.
– $n = 18$ $m =1 + 2\ (18 – 16) = 1 + 2 \cdot 2 = 5$. Ответ: побеждает №5.
– $n = 19$ $m =1+ 2\ (19 – 16) = 1 + 2 \cdot 3 = 7$. Ответ: побеждает №7.

Данные таблицы и формулы совпали. Результат исследования проверен аналитическим путём (формула) и практическим (вычёркивание порядковых номеров на окружности). В таблице также ясно прослеживается повтор номеров победителей 1, 3, 5, 7, … Увеличение этой последовательности на одно следующее нечётное число происходит после каждого частного случая.

В ходе проверки мы убедились в справедливости данной формулы для любого количества участников.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнив данную исследовательскую работу, мы сделали вывод, что задача Иосифа Флавия имеет решение. Закономерность, которая показывает выигрышную позицию при выбывании каждого второго, может быть описана формулой.

Эта задача очень интересная, для её решения нам пришлось познакомиться с новой информацией. Гипотеза, выдвинутая в начале работы, полностью доказана. В дальнейшем мы бы хотели решить эту задачу, не меняя условия и попробовать вывести закономерность, когда выбывает каждый третий.

Мы считаем, что тема нашей исследовательской работы актуальна, так как задачи на поиск закономерности часто встречаются в олимпиадных заданиях по математике, а задачи исследовательского характера предлагаются на турнирах юных математиков.

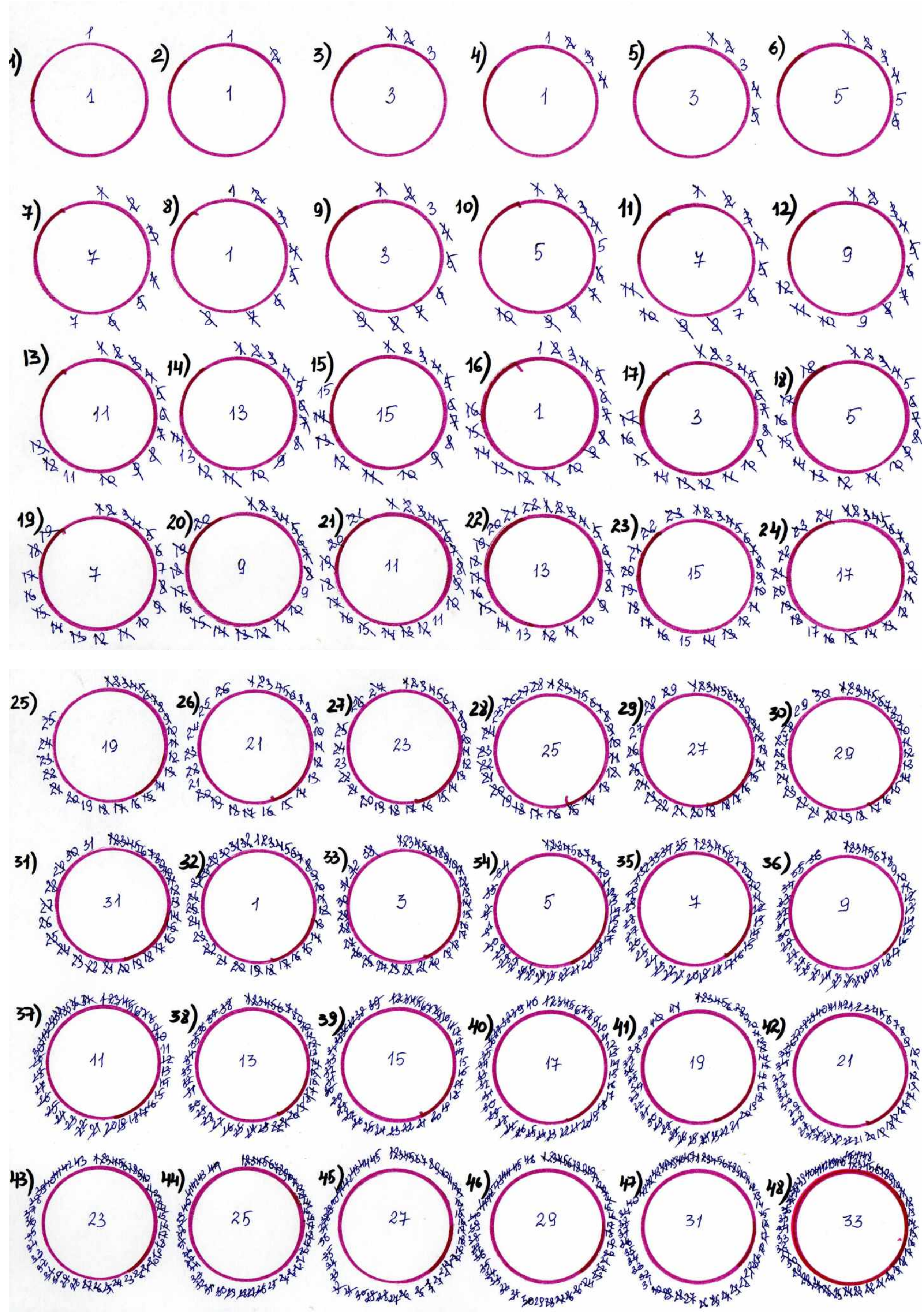
IV.СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Я.И.Перельман. Занимательная алгебра. Государственное издательство физико – математической литературы. Москва, 1958 .
2. Я.И.Перельман. Живая математика. Государственное издательство физико – математической литературы. Москва, 1962.
3. И.С. Соминский. Элементарная алгебра. Дополнительный курс. М., 1964., 200 с.
4. Ю.Н. Тюрин и др. Теория вероятностей и статистика. МЦНМО. Москва. 2004 год.
5. С.И Шварцбурд. Внеклассная работа по математике в 4-5 классах. М.: Просвещение, 1974.
6. Л.Н.Шеврин, А.Г.Гейн. Учебник-собеседник для 5 кл. общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2000-2002.
7. Т.П.Бахтина. Раз задачка, два задачка…: Пособие для учителей. -Мн.:ООО «Асар», 2000. – 224 с.
8. Интернет – ресурсы.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ПРИЛОЖЕНИЕ Б



ПРИЛОЖЕНИЕ В

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	1	1	3	1	3	5	7	1	3

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
5	7	9	11	13	15	1	3	5	7

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
9	11	13	15	17	19	21	23	25	27

30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
29	31	1	3	5	7	9	11	13	15	17

41	42	43	44	45	46	47	48
19	21	23	25	27	29	31	33

n – это количество человек, стоящих в круге.
m- это значение, которое соответствует победителю при данном количестве человек.