

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования «Гродненский государственный университет  
имени Янки Купалы»

## **От Альфа к Омеге ...**

**Сборник материалов  
XIII Республиканской научно-практической конференции-конкурса  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Гродно  
ГрГУ им. Янки Купалы  
2023

УДК 51+004  
О80

Рекомендовано советом факультета математики и  
информатики ГрГУ им. Янки Купалы

Редакционная коллегия:

А. В. Кузьмич (гл. ред.), кандидат физико-математических наук;  
Л. В. Детченя, кандидат физико-математических наук, доцент;  
А. Г. Дейцева, кандидат физико-математических наук, доцент;  
А. Т. Сазонова;  
Е. А. Сетько, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензенты:

Нартович С. Т., заместитель директора по учебной работе  
(Государственное учреждение образования «Средняя школа № 41 им.  
А.М. Кузнецова г. Гродно»)  
Мисюк В. Р., кандидат физико-математических наук, доцент  
(Учреждение образования «Гродненский государственный университет  
имени Янки Купаль»)

От Альфа к Омеге ... : сб. материалов XIII Респ. науч.-практ.  
конференции-конкурса науч.-исслед. работ учащихся средних, средних  
специальных учебных заведений и студентов вузов «От Альфа к Омеге ...» /  
ГрГУ им. Янки Купалы ; редкол.: А. В. Кузьмич (гл. ред.) [и др.] – Гродно :  
ГрГУ им. Янки Купалы, 2023. – 148 с.: 10 табл., 51 рис. – Деп. в ГрГУ им.  
Янки Купалы 30.05.2023, № 0006/30052023.

В сборнике материалов XIII Республиканской научно-практической  
конференции-конкурса научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов «От Альфа к  
Омеге...» представлены результаты научно-практических, научно-  
исследовательских, творческих и экспериментальных работ школьников и  
студентов учреждений высшего образования по следующим направлениям:  
алгебра, геометрия и математический анализ; прикладная математика;  
компьютерные науки и программирование, робототехника и искусственный  
интеллект.

Сборник адресуется учащимся средних, средних специальных учебных  
заведений и студентам учреждений высшего образования, учителям и  
преподавателям, специалистам в области математики и современных  
информационных и коммуникационных технологий.

**Часть 1. Статьи студентов**

**Секция 2. Прикладная математика**



$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{\pi\sqrt{n}} R_n(|x|, [-1, 1]) = 8.$$

Богатая история исследований наилучших равномерных рациональных приближений имеется и для функции  $|x|^s$ ,  $s > 0$ , в работах [5], [6].

Роль функции  $|x|^s$  в теории аппроксимации в периодическом случае играет функция  $|\sin x|^s$ ,  $s > 0$ . В настоящей работе изучается приближение сопряженной функции с плотностью  $f_s(x) = |\sin x|^s$ ,  $s > 0$ , частичными суммами сопряженных рядов Фурье.

**Основная часть.** Ряд Фурье составляет значительную часть теории тригонометрических рядов. Тригонометрическим рядом называют выражение вида

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \quad (1)$$

где  $a_n, b_n$  – постоянные числа ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), носящие название коэффициенты ряда.

Отметим связь между тригонометрическими и степенными рядами. Если мы рассмотрим ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n, \quad (2)$$

где  $c_n = a_n - ib_n$ ,  $c_0 = \frac{a_0}{2}$  и положим  $z = re^{ix}$ , то ряд (1) есть не что иное, как действительная

часть ряда (2) на единичной окружности; чисто мнимая часть ряда (2) при  $z = e^{ix}$  есть ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} -b_n \cos nx + a_n \sin nx,$$

который обычно называют рядом, сопряженным с рядом (1).

Пусть

$$\bar{f}_s(x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\sin t|^s \operatorname{ctg} \frac{t-x}{2} dt$$

– сопряженная функция с плотностью  $|\sin x|^s$ ,  $s > 0$  [9].

Обозначим через  $\bar{S}_n(x, f_s)$  её частичную сумму сопряженного ряда Фурье,

$$\bar{S}_n(x, f_s) = \bar{f}_s(x) + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\sin t|^s \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{2 \sin \frac{t-x}{2}} dt.$$

Отсюда следует, что

$$\varepsilon_n(x, f_s) = \bar{S}_n(x, f_s) - \bar{f}_s(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\sin t|^s \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{2 \sin \frac{t-x}{2}} dt.$$

Замечая, что

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{2 \sin \frac{t-x}{2}} dt = 0, \quad x \in \mathbb{R},$$

найдем

$$\varepsilon_n(x, f_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( |\sin t|^s - |\sin x|^s \right) \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{\sin \frac{t-x}{2}} dt.$$

**Теорема.** Для приближений сопряженной функции с плотностью  $f(x) = |\sin x|^s$ ,  $s > 0$ , частичными суммами ее сопряженного ряда Фурье справедливо следующее представление:

$$\varepsilon_{2n}(x, f_s) = \frac{1}{\pi 2^{s-2}} \sin \frac{\pi}{2} s \int_0^1 \frac{(1-t^2)^s t^{-s}}{\sqrt{1-2t^2 \cos 2x + t^4}} \sin \psi_n(x, t) t^{2n+1} dt, \quad n \geq \frac{s}{2},$$

где

$$\psi_n(x, t) = \arg \frac{z^{2n+2}}{1-t^2 z^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Доказательство.** Положим  $x \in (0, \pi)$ . Тогда разобьем интеграл справа на два по промежуткам  $[0, \pi]$  и  $[-\pi, 0]$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_n(x, f_s) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \left( (\sin t)^s - (\sin x)^s \right) \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{\sin \frac{t-x}{2}} dt + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^0 \left( (-1)^s (\sin t)^s - (\sin x)^s \right) \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{\sin \frac{t-x}{2}} dt, \end{aligned}$$

Во втором интеграле выполним замену по форме  $t \mapsto t + \pi$ . Тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon_n(x, f_s) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \left( (\sin t)^s - (\sin x)^s \right) \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{\sin \frac{t-x}{2}} dt + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \left( (\sin t)^s - (\sin x)^s \right) \frac{(-1)^n \sin\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{-\cos \frac{t-x}{2}} dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \left( (\sin t)^s - (\sin x)^s \right) \left[ \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{\sin \frac{t-x}{2}} - (-1)^n \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)(t-x)}{\cos \frac{t-x}{2}} \right] dt. \end{aligned}$$

Далее будем полагать, что  $n$  – четное и вместо  $\varepsilon_n(x, f_s)$  будем рассматривать  $\varepsilon_{2n}(x, f_s)$ .

Тогда выражение в квадратных скобках преобразуем и получим

$$\frac{\cos\left(2n + \frac{1}{2}\right)(t-x) \cos \frac{t-x}{2} - \sin\left(2n + \frac{1}{2}\right)(t-x) \sin \frac{t-x}{2}}{\frac{1}{2} \sin(t-x)} = \frac{\cos(2n+1)(t-x)}{\frac{1}{2} \sin \frac{t-x}{2}}.$$

Таким образом, имеем

$$\varepsilon_{2n}(x, f_s) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left( (\sin t)^s - (\sin x)^s \right) \frac{\cos(2n+1)(t-x)}{\sin(t-x)} dt.$$

В этом интеграле выполним замену переменного по формуле  $\xi = e^{it}$ ,  $z = e^{ix}$ . Тогда

$$\varepsilon_{2n}(x, f_s) = \frac{1}{\pi} \int_C \left( \left( \frac{\xi^2 - 1}{2i\xi} \right)^s - \left( \frac{z^2 - 1}{2iz} \right)^s \frac{\left( \frac{\xi}{z} \right)^{2n+1} + \left( \frac{z}{\xi} \right)^{2n+1}}{\frac{\xi}{z} - \frac{z}{\xi}} \right) \frac{d\xi}{\xi} = \frac{1}{\pi i^s 2^s z^{s-1}} \left[ \bar{z}^{2n+1} I_1 + z^{2n+1} I_2 \right], \quad (3)$$

где

$$I_1 = \int_C \frac{(\xi^2 - 1)^s \xi^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{\xi^2 - z^2} \xi^{2n+1} d\xi, \quad (4)$$

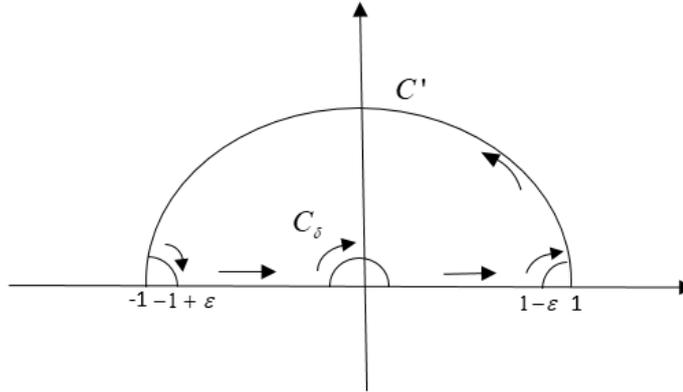
$$I_2 = \int_C \frac{(\xi^2 - 1)^s \xi^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{(\xi^2 - z^2) \xi^{2n+1}} d\xi.$$

Будем преобразовывать оба этих интеграла. Но сперва сделаем следующие замечания.

Во-первых, очевидно,  $I_k = I_k(z)$ ,  $k=1,2$ , являются непрерывными функциями переменной  $z$ ,  $z \in \mathbb{C}$ . Будем считать, что  $z = \rho e^{ix}$ ,  $0 < \rho < 1$ . Позже в полученном результате воспользуемся предельным переходом при  $\rho \rightarrow 1$ ,  $I_k = \lim_{\rho \rightarrow 1} I_k(\rho e^{ix})$ .

Во-вторых, функция  $g(\xi) = (\xi - \xi^{-1})^s = (\xi^2 - 1)^s \xi^{-s}$  имеет точки ветвления в точках  $\xi = \pm 1$  и точках  $\xi = 0$  и  $\xi = \infty$ . В плоскости с прямолинейным разрезом, соединяющем точку  $\xi = \infty$  и точку  $\xi = 1$  через точки  $\xi = -1$  и  $\xi = 0$ , выделим однозначную аналитическую ветвь, определяемую условием  $g(\sqrt{2}) = 2^{-s/2}$ .

Далее построим контур  $\Gamma$ ,



**Рисунок 1 – Контур  $\Gamma$**

$\Gamma = C' \cup C_{-1+\delta} \cup [-1+\delta, -\delta] \cup C_\delta \cup [\delta, 1-\delta] \cup C_{1-\delta}$ , (см. рис.1), где  $C'$  – часть верхней полуокружности  $|\xi| = 1$ , ограниченная точками ее пересечения с окружностями  $|\xi + 1| = \delta$  и  $|\xi - 1| = \delta$ ,  $C_{-1+\delta}$  – часть дуги окружности  $|\xi + 1| = \delta$ ,  $0 \leq \arg(\xi + 1) < \pi/2$  до пересечения с верхней полуокружностью  $|\xi| = 1$ ,  $C_\delta = \{\xi : |\xi| = \delta, \text{Im } \xi > 0\}$ ,  $C_{1-\delta}$  – часть дуги окружности  $|\xi - 1| = \delta$ ,  $\pi/2 < \arg(\xi - 1) < \pi$ , до пересечения с верхней полуокружностью  $|\xi| = 1$ .

Подынтегральная функция

$$f_1(\xi) = \frac{\left( (\xi^2 - 1)^s \xi^{-s} z^s - (z - z^{-1})^s \right) \xi^{2n+1}}{\xi^2 - z^2}$$

интеграла  $I_1$  является аналитической всюду в указанной выше области, за исключением точки  $\xi = z$ . Эта точка является устранимой особой точкой и

$$\operatorname{res}_{\xi=z} f_1(\xi) = 0.$$

Следовательно, воспользовавшись теоремой Коши о вычетах, получим

$$\int_{\Gamma} f_1(\xi) d\xi = 0.$$

Отсюда имеем

$$\int_{C'} f_1(\xi) d\xi = - \left( \int_{C_{-1+\delta}} f_1(\xi) d\xi + \int_{-1+\delta}^{\delta} f_1(\xi) d\xi + \int_{C_{\delta}} f_1(\xi) d\xi + \int_{\delta}^{1-\delta} f_1(\xi) d\xi + \int_{C_{1-\delta}} f_1(\xi) d\xi \right). \quad (5)$$

Рассмотрим каждый из интегралов справа:

а) В интеграле  $\int_{C_{-1+\delta}} f_1(\xi) d\xi$  функция  $\frac{1}{\xi^2 - z^2}$  будет ограниченной при достаточно малом  $\delta$ ,  $\xi \in C_{-1+\delta}$  и фиксированном  $z$ ,  $|z| < 1$ ,  $\operatorname{Im} z > 0$ . Для функции  $g(\xi)$  справедлива оценка при  $\xi \in C_{-1+\delta}$

$$|g(\xi)| = \left| \frac{\xi^2 - 1}{\xi} \right|^s = \left| 1 - \frac{1}{\xi} \right|^s \cdot |\xi + 1|^s \leq \delta^s \left( 1 + \frac{1}{(1-\delta)} \right)^s,$$

так как

$$|\xi| = |\delta \cos t - 1 + i\delta \sin t| = \sqrt{1 - 2\delta \cos t + \delta^2} \geq 1 - \delta.$$

Заметим также, что  $|\xi| \leq 1$ ,  $\xi \in C_{-1+\delta}$ . Следовательно, можем заключить, что  $|f_s(\xi)| \leq M_{z,s}$ , где  $M_{z,s}$  – некоторая положительная постоянная, зависящая лишь от  $z$  и  $s$ , параметры  $z$  и  $s$  – фиксированы. Длина дуги  $C_{-1+\delta}$ , очевидно, меньше четверти окружности  $|\xi + 1| = \delta$ .

В итоге будем иметь, что

$$\left| \int_{C_{-1+\delta}} f_1(\xi) d\xi \right| \leq M_{z,s} \int_{C_{-1+\delta}} |d\xi| < \frac{M_{z,s} \pi \delta}{2},$$

и

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{C_{-1+\delta}} f_1(\xi) d\xi = 0. \quad (6)$$

б) Аналогично покажем, что

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{C_{1-\delta}} f_1(\xi) d\xi = 0. \quad (7)$$

в) Теперь рассмотрим третий из интегралов в правой части равенства (4),

$$\int_{C_{\delta}} f_1(\xi) d\xi = \int_0^{\pi} \frac{\left( (\delta e^{it})^2 - 1 \right)^s (\delta e^{it})^{-s} - (z^2 - 1)^s z^{-s}}{\delta e^{it} - z} (\delta e^{it})^{2n+1} i \delta e^{it} dt.$$

Полагаем, что  $n \geq \frac{s}{2}$  и перейдем к пределу при  $\delta \rightarrow 0$ , причем нетрудно видеть, что возможен переход к пределу под знаком интеграла. Тогда получим, что

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{C_{\delta}} f_1(\xi) d\xi = 0. \quad (8)$$

Переходя к пределу при  $\delta \rightarrow 0$  в равенстве (5) и учитывая равенства (6)–(8), найдем, что

$$I_1 = -\int_{-1}^1 \frac{(t^2 - 1)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{t^2 - z^2} t^{2n+1} dt.$$

Разобьем интеграл на два интеграла по промежуткам  $[0,1]$  и  $[-1,0]$  и во втором интеграле выполним замену  $t \mapsto -t$ ,  $n \geq \frac{s}{2}$ :

$$I_1 = \left[ -\int_0^1 \frac{(t^2 - 1)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{t^2 - z^2} t^{2n+1} dt - \int_0^1 \frac{(t^2 - 1)^s (-t)^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{t^2 - z^2} t^{2n+1} dt \right] =$$

$$= -z^s \int_0^1 \frac{(t^2 - 1)^s t^{-s}}{t^2 - z^2} t^{2n+1} (1 - (-1)^s) dt = (1 - (-1)^s) z^s \int_0^1 \frac{(1 - t^2)^s}{t^2 - z^2} t^{2n+1-s} dt.$$

Теперь перейдем к интегралу  $I_2$ . В этом случае введем следующий контур  $\Gamma_1 = C_R \cup [-R, -1 - \delta] \cup C_{-1-\delta} \cup C_1 \cup C_\delta \cup [1 + \delta, R]$ ,

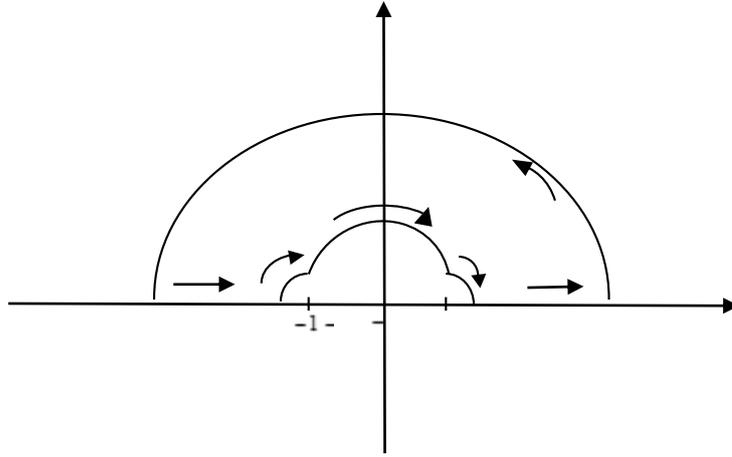


Рисунок 2 – Контур  $\Gamma_1$

где  $C_R = \{\xi : |\xi| = R, \text{Im } \xi > 0\}$ ;  $C_1$  – часть верхней полуокружности  $|\xi| = 1$ , ограниченная ее точками пересечения с окружностями  $|\xi + 1| = \delta$  и  $|\xi - 1| = \delta$ ;  $C_{-1-\delta}$  – часть дуги окружности  $|\xi + 1| = \delta$ ,  $0 \leq \arg(\xi + 1) \leq \pi$ , до пересечения с окружностью  $|\xi| = 1$ ;  $C_{1+\delta}$  – часть дуги окружности  $|\xi - 1| = \delta$ ,  $0 \leq \arg z < \pi$  до пересечения с окружностью  $|\xi| = 1$  (рис.2).

Подынтегральная функция

$$f_2(\xi) = \left( \left( \frac{\xi^2 - 1}{\xi} \right)^s z^s - \left( \frac{z^2 - 1}{z} \right)^s \right) \frac{1}{\xi^{2n+1} (\xi - z)}$$

будет аналитична в области, ограниченной контуром  $\Gamma_1$  и, следовательно, по интегральной теореме Коши

$$\int_{C_R} f_2(\xi) d\xi + \int_{-R}^{-1-\delta} f_2(\xi) d\xi + \int_{C_{-1-\delta}} f_2(\xi) d\xi + \int_{C_1^-} f_2(\xi) d\xi + \int_{C_{1+\delta}} f_2(\xi) d\xi + \int_{1+\delta}^R f_2(\xi) d\xi = 0,$$

или

$$\int_{C_1} f_2(\xi) d\xi = \int_{C_R} f_2(\xi) d\xi + \int_{-R}^{-1-\delta} f_2(\xi) d\xi + \int_{C_{-1-\delta}} f_2(\xi) d\xi + \int_{C_{1+\delta}} f_2(\xi) d\xi + \int_{1+\delta}^R f_2(\xi) d\xi, \quad (10)$$

где  $C_1^-$  обозначает, что контур  $C_1$  обходится по часовой стрелке.

Также рассмотрим каждый из интегралов в правой части равенства (10):

а) Аналогично, как в случае интеграла  $I_1$ , можно показать, что

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{C_{-1-\delta}} f_2(\xi) d\xi = 0, \quad (11)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{C_{1+\delta}} f_2(\xi) d\xi = 0, \quad (12)$$

б) Исследуем интеграл по контуру  $C_R$ . Выполним замену:  $\xi = Re^{i\psi}$ . Тогда

$$\begin{aligned} \int_{C_R} f_2(\xi) d\xi &= \int_0^\pi \frac{(R^2 e^{2i\psi} - 1)^s (Re^{i\psi})^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{(R^2 e^{2i\psi} - z^2)(Re^{i\psi})^{2n+1}} iRe^{i\psi} d\psi = \\ &= \frac{iR^{s+1}}{R^{2n+3}} \int_0^\pi \frac{\left(e^{2i\psi} - \frac{1}{R}\right)^s (e^{i\psi})^{-s} z^s - \frac{1}{R^s} (z^2 - 1)^s}{\left(e^{2i\psi} - \frac{z^2}{R^2}\right)(e^{i\psi})^{2n+1}} e^{i\psi} d\psi. \end{aligned}$$

При  $2n+3-s-1 > 0$  ( $n+1 > \frac{s}{2}$ ) для  $R \rightarrow \infty$  получим

$$\begin{aligned} \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} f_2(\xi) d\xi &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{iz^s}{R^{2n+2-s}} \int_0^\pi \frac{e^{i\psi(s+1)}}{e^{2i\psi} e^{i\psi(2n+1)}} d\psi = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{iz^s}{R^{2n+2-s}} \frac{1}{(s-2n)i} [e^{i\pi(s-2n)} - 1] = \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{z^s}{R^{2n+2-s} (2n-s)} (1 - e^{i\pi s}) e^{\frac{i\pi s}{2}} e^{-\frac{i\pi s}{2}} = e^{\frac{i\pi s}{2}} \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{z^s 2i \sin \frac{\pi s}{2}}{R^{2n+2-s} (2n-s)} = 0. \end{aligned}$$

Переходя в (10) к пределу при  $R \rightarrow \infty$  и учитывая равенства (11), (12), находим

$$I_2 = \int_1^\infty \frac{(t^2 - 1)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{(t^2 - z^2) t^{2n+1}} dt + \int_{-\infty}^{-1} \frac{(t^2 - 1)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{(t^2 - z^2) t^{2n+1}} dt.$$

В интегралах справа выполним замену  $t \mapsto \frac{1}{t}$ . Тогда найдем, что

$$I_2 = \int_0^1 \frac{(1-t^2)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{1-t^2 z^2} t^{2n+1} dt + \int_{-1}^0 \frac{(1-t^2)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{1-t^2 z^2} t^{2n+1} dt.$$

Во втором интеграле замена  $t \mapsto -t$  приведет к соотношению

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^1 \frac{(1-t^2)^s t^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{1-t^2 z^2} t^{2n+1} dt - \int_0^1 \frac{(1-t^2)^s (-t)^{-s} z^s - (z^2 - 1)^s}{1-t^2 z^2} t^{2n+1} dt = \\ &= (1 - (-1)^{-s}) z^s \int_0^1 \frac{(1-t^2)^s t^{-s}}{1-t^2 z^2} t^{2n+1} dt, \quad n \geq \frac{s}{2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставив выражения для интегралов  $I_1$  и  $I_2$  из (9) и (13) в равенство (3), получим

$$\varepsilon_{2n}(x, f_s) = \frac{1}{\pi i^s 2^s z^{s-1}} (1 - (-1)^s) z^s \int_0^1 (1-t^2)^s t^{-s} \left[ \frac{\bar{z}^{2n+1}}{t^2 - z^2} + \frac{z^{2n+1}}{1-t^2 z^2} \right] t^{2n+1} dt.$$

Легко найти, что

$$\frac{1 - (-1)^s}{i^s} = \frac{1 - e^{i\pi s}}{e^{\frac{i\pi s}{2}}} = e^{-\frac{i\pi s}{2}} - e^{\frac{i\pi s}{2}} = -2i \sin \frac{\pi s}{2}.$$

Отсюда имеем представление для приближений  $\varepsilon_{2n}(x, f_s)$ :

$$\varepsilon_{2n}(x, f_s) = -\frac{2i}{\pi 2^s} \sin \frac{\pi}{2} s \int_0^1 (1-t^2)^s t^{-s} \left[ \frac{z \cdot z^{2n+1}}{1-t^2 z^2} - \frac{z \cdot \bar{z}^{2n+1}}{t^2 - z^2} \right] t^{2n+1} dt.$$

Теперь можно выполнить предельный переход  $\rho \rightarrow 1$ , обратив внимание на замечание 1 на странице 4, и считать, что  $|z|=1$ ,  $z = e^{ix}$ . Выражения в квадратных скобках являются взаимно комплексно-сопряженными. Следовательно, их разность представляет собой синус некоторого угла.

Выполнив несложные преобразования, найдем:

$$\varepsilon_{2n}(x, f_s) = \frac{1}{\pi 2^{s-2}} \sin \frac{\pi}{2} s \int_0^1 \frac{(1-t^2)^s t^{2n+1-s}}{\sqrt{1-2t^2 \cos 2x + t^4}} \sin \psi_n(x, t) dt, \quad x \in \mathbb{R},$$

где

$$\psi_n(x, t) = \arg \frac{z^{2n+2}}{1-t^2 z^2}, \quad z = e^{ix}.$$

Здесь учли, что

$$\left| \frac{\bar{z} z^{2n+1}}{t^2 - z^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{1-2t^2 \cos 2x + t^2}}.$$

Теорема доказана.

**Заключение.** В работе получено интегральное представление приближений сопряженной функции с плотностью  $f_s(x) = |\sin x|^s$ ,  $s > 0$ , частичными суммами ее сопряженного ряда Фурье.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bernstein, S. Sur la meilleure approximation de  $|x|$  par de polynômes de degrés donnés / S. Bernstein // Acta Mathematica. – 1914. – Vol. 37, iss. 1. – P. 1–57.
2. Бернштейн, С.Н. О наилучшем приближении  $|x|^p$  при помощи многочленов весьма высокой степени / С. Н. Бернштейн // Известия Академии наук СССР. Серия математическая. – 1938. – Т. 2, № 2. – С. 169–190.
3. Никольский, С.М. О наилучшем приближении многочленами в среднем функции  $|a-x|^s$  / С. М. Никольский // Известия Академии наук СССР. Серия математическая. – 1947. – Т. 11, № 2. – С. 139–180.
4. Райцин, Р.А. Асимптотические свойства равномерных приближений функций с алгебраическими особенностями частичными суммами ряда Фурье – Чебышёва / Р. А. Райцин // Известия высших учебных заведений. Математика. – 1980. – №3. – С. 45–49.
5. Popov, V. A. Uniform rational approximation of the class  $V_r$  and its applications / V. A. Popov // Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae. – 1977. – Vol. 29, iss. 1–2. – P. 119–129.
6. Lorentz, G. G. Constructive Approximation. Advanced Problems / G. G. Lorentz, M. V. Golitschek, Y. Makovoz. – Berlin : Springer – Verlag, 1996. – 651 p.
7. Newman, D. I. Rational approximation to  $|x|$  / D. I. Newman // Michigan Mathematical Journal. – 1964. – Vol. 11, iss. 1. – P. 11–14.
8. Буланов, А.П. Асимптотика для наилучших уклонений  $|x|$  от рациональных функций / А. П. Буланов // Математический сборник. – 1969. – Т. 76, №2. – С. 288–303.
9. Вячеславов, Н.С. О равномерном приближении  $|x|$  рациональными функциями / Н. С. Вячеславов // Доклады Академии наук СССР. – 1975. – Т. 220, №3. – С. 512–515.
10. Шгаль, Г. Наилучшие равномерные рациональные аппроксимации  $|x|$  на  $[-1,1]$  / Г. Шгаль // Математический сборник. – 1992. – Т. 183, № 8. – С. 85–118
11. Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. – М. – Л.: Физматгиз, 1949. – С. 103–104.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ МАРКОВА С ДОХОДАМИ

**Жихарко Мария Фёдоровна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,  
факультет математики и информатики, 2 курс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Т. В. Русилко, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

Данная статья посвящена исследованию цепей Маркова с дискретным временем, в частности цепей с доходами в предположении, что каждое изменение состояния марковской цепи связано с получением некоего вознаграждения или дохода. Рассмотрены уравнения для расчета вероятностей состояний и ожидаемых доходов цепи Маркова в стационарном режиме. Приведен пример практического применения и результаты расчетов.

**Ключевые слова:** цепь Маркова с дискретным временем, цепь Маркова с доходами, моделирование

**Введение.** *Случайным процессом*  $\xi(t)$  называют функцию от действительного параметра  $t, t \in T$  (времени), значения которой при каждом  $t$  являются случайной величиной. Примерами случайных процессов являются число посетителей магазина в зависимости от времени суток, число пассажиров в автобусе данного маршрута в определенный момент времени.

Случайный процесс  $\xi(t), t \in T$ , у которого множество  $T$  не более чем счетно, называется процессом с дискретным временем или *случайной последовательностью* [1].

Случайный процесс  $\xi(t), t \in T$ , со значениями в  $X$  называется *марковским*, если  $\forall t_1 < t_2 < \dots < t_n < t_{n+1} \in T$  и любых борелевских множеств  $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}, B_{n+1}$  из  $\mathbb{R}$  при фиксированном борелевском множестве  $B_n$  и фиксированном событии  $\xi(t_n) \in B_n$  выполняется следующее соотношение

$$P(\xi(t_{n+1}) \in B_{n+1} / \xi(t_1) \in B_1, \xi(t_2) \in B_2, \dots, \xi(t_n) \in B_n) = P(\xi(t_{n+1}) \in B_{n+1} / \xi(t_n) \in B_n).$$

Если  $t_n$  – настоящий момент времени,  $t_{n+1}$  – некоторый момент в будущем, то  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$  – некоторые моменты в прошлом. Поэтому можно сказать, что марковский случайный процесс – это процесс, у которого «при фиксированном настоящем будущее не зависит от прошлого» или «процесс без последствия».

Если множество  $X = \{i_1, i_2, \dots, i_N, \dots\}$  счетное или конечное, то марковский процесс называется *цепью Маркова*. Множество значений цепи Маркова  $X$  называют фазовым пространством или пространством состояний цепи Маркова.

Цепь Маркова, у которой множество  $T$  дискретно, например,  $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ , называется *цепью с дискретным временем*. Для цепи Маркова с дискретным временем можно записать

$$P(\xi_{n+1} = i_{n+1} / \xi_1 = i_1, \xi_2 = i_2, \dots, \xi_n = i_n) = P(\xi_{n+1} = i_{n+1} / \xi_n = i_n),$$

где  $i_n = \xi(t_n)$  – состояние цепи Маркова в некоторый дискретный момент времени  $t_n, t_1 < t_2 < \dots < t_n < \dots$ , или после  $n$  шагов [2].

Вероятности

$$p_{ij}(n) = P(\xi(t_{m+n}) = j / \xi(t_m) = i), \quad n \geq 1, m \geq 1, i, j \in X, \quad (1)$$

называют *вероятностями перехода* цепи Маркова за  $n$  шагов из состояния  $i$  в состояние  $j$  или переходными вероятностями. Как правило для каждого состояния известны вероятности перехода в любое из возможных следующих состояний за один шаг. Вероятности перехода могут быть заданы в виде *матрицы вероятностей перехода*:

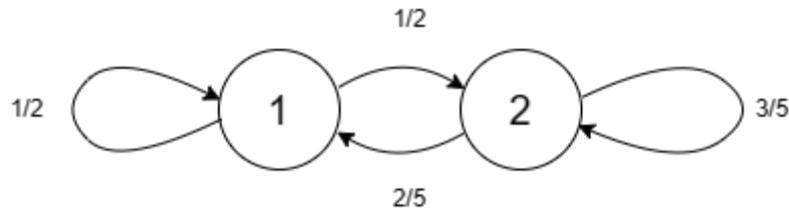
$$P = (p_{ij})_{N \times N},$$

здесь матрица  $P$  – матрица вероятностей перехода за один шаг, ее элементы  $p_{ij}$  – вероятности перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$  за один шаг,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ .

Изменения состояний цепи Маркова удобно представлять с помощью графа или диаграммы переходов. Например, нижеследующей матрице вероятностей переходов

$$P = [p_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

соответствует следующий граф (диаграмма) переходов системы, на котором приведены состояния и вероятности переходов системы за один шаг:



**Рисунок 1 – Граф переходов**

Если вероятности перехода (1) не зависят от  $t_m$ , то цепь Маркова называется *однородной*. Переходные вероятности  $p_{ij}(n)$  однородной цепи Маркова удовлетворяют уравнению Чепмена-Колмогорова:

$$p_{ij}(n+m) = \sum_k p_{ik}(n) p_{kj}(m)$$

Таким образом вероятности состояний системы  $p_j(n+1)$  могут быть определены по следующей рекуррентной формуле:

$$\pi_j(n+1) = \sum_{i=1}^N \pi_i(n) p_{ij}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

На каждом шаге сумма вероятностей состояний должна быть равна единице:  $\sum_{i=1}^N \pi_i(n) = 1$ .

В частности, зная матрицу переходных вероятностей за один шаг и начальное распределение вероятностей по состояниям системы, можем найти вероятность любого состояния после  $n$  шагов, используя следующую формулу:

$$\pi(n) = \pi(0)P^n, \quad n = 1, 2, \dots$$

Стационарное распределение – это распределение, которое достигается после длительного периода наблюдения и является устойчивым во времени. Вероятности состояний в стационарном режиме не зависят от  $n$ :  $\pi_i = \lim_{n \rightarrow \infty} p_i(n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Для определения стационарного распределения вероятностей используется следующая система алгебраических уравнений:

$$\pi P = \pi, \quad \sum_{i=1}^N \pi_i = 1.$$

**Цепи Маркова с доходами.** Предположим, что система приносит доход в  $r_{ij}$  денежных единиц, когда совершается переход их состояния  $i$  в состояние  $j$ . Назовем  $r_{ij}$  доходом от этого перехода, тогда множество доходов системы образует матрицу доходов  $R$  с элементами  $r_{ij}$ . Определим:

$$v_i(n) = \sum_{j=1}^N p_{ij} r_{ij} + \sum_{j=1}^N p_{ij} v_j(n-1), \quad (2)$$

где  $p_{ij}$  – вероятность этого перехода,  $v_i(n)$  – полное ожидаемое вознаграждение (доход) за  $n$  последующих переходов, если в данный момент система находится в состоянии  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$

Если величину  $q_i$  определить соотношением

$$q_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} r_{ij}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (3)$$

то уравнение (2) примет вид

$$v_i(n) = q_i + \sum_{j=1}^N p_{ij} v_j(n-1), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Величину  $q_i$  можно рассматривать как ожидаемый доход в момент выхода системы из состояния  $i$ . В дальнейшем будем называть ее непосредственно ожидаемым доходом для состояния  $i$  [3].

Цепи Маркова с доходами могут быть использованы в качестве математических моделей для анализа доходов различных активов, таких как акции, облигации и другие финансовые инструменты. Модель позволяет изучать и прогнозировать изменения доходов во времени и оценивать вероятность достижения определенного уровня доходности.

Одним из важных инструментов анализа цепей Маркова с доходами является вычисление стационарного распределения. Для модели с доходами стационарное распределение описывает вероятность нахождения системы в каждом из возможных состояний в долгосрочном периоде времени.

**Пример 1.** Предположим, что марковский процесс с дискретным временем моделирует решение о покупке или продаже акций компании ABC. Предположим, что инвестор может принимать только два возможных решения на каждом временном шаге (т. е. находится в одном из двух состояний): первое состояние – инвестор покупает акции (обозначим это как «В»), второе – продает акции (обозначим это как «S»).

Также предположим, что у нас есть два состояния рынка:

– “Бычий” рынок (рынок является благоприятным для инвесторов, так как предполагает рост цен и возможность получения прибыли), обозначим его как состояние 1;

– “Медвежий” рынок (рынок является менее благоприятным для инвесторов, так как предполагает снижение цен и возможные потери), обозначим его как состояние 2.

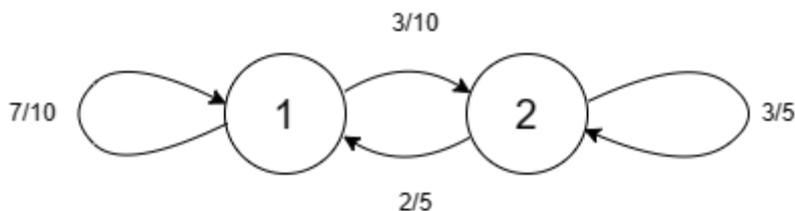
Предположим, что если текущее состояние рынка “Бычий”, то вероятность остаться в состоянии “Бычьего” рынка на следующей неделе составляет 0,7, а вероятность перейти в состояние “Медвежьего” – 0,3.

Если текущее состояние рынка “Медвежий”, то вероятность остаться в этом состоянии на следующей неделе – 0,6, а вероятность перейти в состояние “Бычьего” – 0,4. Тогда

$p_{11} = \frac{7}{10}$ ,  $p_{12} = \frac{3}{10}$ ,  $p_{21} = \frac{4}{10}$ ,  $p_{22} = \frac{6}{10}$ . В матричной форме имеем

$$P = [p_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{7}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}.$$

Соответствующая диаграмма переходов системы имеет вид



**Рисунок 2 – Граф переходов состояний рынка**

Таким образом, матрица переходов описывает марковский процесс. Ее элементы представляют собой неотрицательные числа, не большие 1. Сумма элементов каждой строки равна 1.

Найдем, например, вероятность того, что рынок будет находиться в состоянии 1 через  $n$  недель. Для ответа на этот вопрос определим вероятности состояний  $\pi_i(n)$  как вероятности того, что система будет находиться в состоянии  $i$  после  $n$  переходов, если известно ее состояние при  $n=0$ . Воспользуемся формулами, приведенными выше. Тогда если рынок будет находиться в состоянии 1, то  $\pi_1(0) = 1$  и  $\pi_2(0) = 0$ . Следовательно,

$$\pi(1) = \pi(0)P = [10] \begin{bmatrix} \frac{7}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} = \left[ \frac{7}{10}, \frac{3}{10} \right].$$

После одной недели вероятность того, что рынок останется в состоянии 1 – 0,7, перейдет в состояние 2 – 0,3. После двух недель

$$\pi(2) = \pi(1)P = \left[ \frac{7}{10} \quad \frac{3}{10} \right] \begin{bmatrix} \frac{7}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} = \left[ \frac{61}{100}, \frac{39}{100} \right],$$

вероятнее, что рынок останется в состоянии 1.

После трех недель  $\pi(3) = \pi(2)P = \left[ \frac{583}{1000}, \frac{417}{1000} \right]$ , то есть вероятности пребывания системы в каждом состоянии немного отличаются от соответствующих значений, полученных после двух недель работы. Так как

$$P^3 = \begin{bmatrix} \frac{583}{1000} & \frac{417}{1000} \\ \frac{139}{250} & \frac{111}{250} \end{bmatrix},$$

то вектор  $\pi(3)$  можно было бы получить непосредственно из выражения  $\pi(3) = \pi(0)P^3$ .

Построим таблицу вероятностей

**Таблица 1 – Вероятности последовательных состояний рынка, начавшегося с состояния 1**

$n$	0	1	2	3	4	...
$\pi_1(n)$	1	0,7	0,61	0,583	0,5749	...
$\pi_2(n)$	0	0,3	0,39	0,417	0,4251	...

Из этой таблицы видно, что  $\pi_1(n)$  приближается к  $\frac{57}{100}$ , а  $\pi_2(n)$  – к  $\frac{43}{100}$ , когда  $n$  неограниченно возрастает. Если рынок начинает с состояния 2, то таблица для  $\pi_i(n)$  принимает вид таблицы 2.

**Таблица 2 – Вероятности последовательных состояний рынка, начавшегося с состояния 2**

$n$	0	1	2	3	4	...
$\pi_1(n)$	0	0,4	0,48	0,444	0,4332	...
$\pi_2(n)$	1	0,6	0,52	0,556	0,5668	...

В этом случае  $\pi_1(n)$  приближается к  $\frac{43}{100}$ , а  $\pi_2(n)$  – к  $\frac{57}{100}$  с ростом  $n$ .

Как мы можем наблюдать, вероятности занимаемых состояний зависят от начального состояния системы. Однако, если после большого числа переходов вероятности занимаемых состояний становятся независимы от начального состояния системы, то этот марковский процесс будем называть *эргодическим*.

Рассмотрим заодно и вероятности переходов между состояниями инвестора на каждом временном шаге:

- если текущее состояние рынка “Бычий”, то инвестор может принять решение купить акции (В) с вероятностью 0.6 или продать акции (S) с вероятностью 0,4;
- если текущее состояние рынка “Медвежий”, то инвестор купит акции (В) с вероятностью 0.3, а продаст акции (S) с вероятностью 0,7.

Это простой пример марковского процесса с дискретным временем, моделирующего решения о покупке или продаже акций в зависимости от состояния рынка. В реальной жизни марковские процессы могут быть более сложными и моделировать различные аспекты рынка и решений инвесторов.

**Пример 2.** Дополним задачу про инвестора структурой дохода. Предположим, что если текущее состояние рынка “Бычий” и на следующей неделе состояние не изменилось (система переходит из состояния 1 в состояние 1), то за эту неделю инвестор получает доход в 4 единицы (\$400). Таким образом,  $r_{11} = 4$ . Если на следующей неделе “Медвежий” рынок перешел в “Медвежий”, то инвестор теряет 1 единицу (\$100), или  $r_{22} = -1$ . Если рынок перешел из “Бычьего” в “Медвежий” или наоборот, то заработок будет 1 единица,  $r_{12} = r_{21} = 1$ . Матрица доходов приобретает вид

$$R = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что

$$P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{bmatrix},$$

из равенства (3) можно найти, что

$$q = \begin{bmatrix} 3,1 \\ -0,2 \end{bmatrix}.$$

Рассмотрев вектор  $q$ , увидим, что если рынок будет в состоянии 1, то инвестор ожидает получить 3,1 единиц в следующую неделю, если же рынок будет в состоянии 2, то ожидаемые потери в следующую неделю равны 0,2 единицам.

Допустим, инвестор хочет закончить “работу” через  $n$  недель. Он интересуется примерной суммой заработка. Для удобства вычислений положим граничные значения  $v_i(0)$  равными нулю. Воспользовавшись равенством (4), составим таблицу 3 значений  $v_i(n)$  для каждого состояния при различных  $n$ .

**Таблица 3 – Полный ожидаемый доход инвестора как функция состояния и числа оставшихся недель**

$n$	0	1	2	3	4	...
$v_1(n)$	0	3,1	5,21	7,023	8,7469	...
$v_2(n)$	0	-0,2	0,92	2,436	4,0708	...

Таким образом, если осталось четыре недели, то инвестор ожидает получить за это время 8,7469 единицы дохода, если в данный момент рынок в состоянии 1 (“Бычий” рынок), и получить 4,0708 единицы, если рынок в состоянии 2 (“Медвежий” рынок).

**Заключение.** Исходя из вышеприведенного исследования можно сделать вывод, что цепи Маркова с доходами представляют собой мощный инструмент для анализа случайных процессов с изменяющимися доходами. Модель позволяет оценивать вероятность достижения определенного уровня доходности, прогнозировать изменения доходности во времени и оценивать риски и доходность инвестиционных стратегий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дынкин, Е. Б. Основания теории марковских процессов / Е. Б. Дынкин. – М.: Физматгиз, 1959. – 227 с.
2. Дынкин, Е. Б. Марковские процессы / Е. Б. Дынкин. – М.: Физматгиз, 1963. – 859 с.
3. Ховард, Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М.: Сов. радио, 1964. – 189 с.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ПРИМЕНЕНИЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ  
СТРАТЕГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРЕДПРИЯТИЙ АГРОСЕКТОРА**

**Зубова Дарья Александровна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет математики и информатики, 3 курс,*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – С.А. Зайкова, доцент кафедры системного программирования и компьютерной безопасности УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье рассмотрены особенности SWOT-анализа, его применение для формирования стратегии развития предприятия. В ходе проведённого исследования были проанализированы актуальные подходы к формированию стратегии предприятия с использованием SWOT-анализа. Изучена документальная база. Описаны наиболее удобные сервисы для создания матрицы SWOT-анализа. На основании результатов анализа были сделаны выводы и сформулированы возможные варианты дальнейшего развития ОАО «Скидельский сахарный комбинат».

**Ключевые слова:** программные решения, технология, SWOT-анализ, стратегия развития, предприятие, сервисы, анализ.

**Введение.** В сегодняшних жестких конкурентных рыночных условиях организации должны сформировать долгосрочную стратегию поведения, которая позволила бы им своевременно реагировать на все изменения во внутренней и внешней среде организации.

Процесс разработки стратегии использует различные инструменты для анализа внешней среды организации. Оценка сильных и слабых сторон предприятия, а также его возможностей и угроз называется “SWOT-анализом” (S-strength — сильные стороны, W-weaknesses — слабые стороны, O-opportunities — возможности, T-threats — угрозы) [6].

SWOT занимает первое место среди самых распространённых видов анализа бизнеса, и базируется на исчерпывающем перечне факторов, объединённых по определённой логике. Данная модель отражает желание охватить как можно шире круг показателей, от текущего или будущего значения которых зависит стратегическое развитие предприятия.

SWOT-анализ подчинён основному принципу — стратегия должна обеспечить соответствие внутренних возможностей предприятия (его сильных и слабых сторон) с его внешней средой (возможности и угрозы).

Под SWOT-анализом понимаются исследования, которые направлены на определение и оценку сильных и слабых сторон предприятия, его возможностей и потенциальных угроз. Методология SWOT допускает сначала определение сильных и слабых сторон, а также угроз и возможностей, а затем — создание цепочек связей между ними, что в дальнейшем может быть использовано в формировании стратегии организации.

Работа направлена на анализ инструментов для оптимизации стратегии предприятия, а также на определение и оценку сильных и слабых сторон предприятия перерабатывающей отрасли, его возможностей и потенциальных угроз. На примере ОАО «Скидельского сахарного комбината» будет рассмотрен SWOT-анализ предприятия.

**Основная часть.** Данный метод анализа помогает увидеть ситуацию, в которой находится предприятие чётко и структурированно [5]. Существует огромное множество инструментов для SWOT-анализа, которые содержат шаблоны, вопросы и общие рекомендации, например: Smartsheet, Mindtools, Confluence, Creately, Grapholite и др.

С помощью бесплатных шаблонов в Smartsheet можно проанализировать свой бизнес, а также конкурентов, что позволит определиться со стратегией развития своей компании.

Mindtools предоставляет таблицы, вопросы, инфографику, информацию о стратегиях, а также советы по составлению плана развития и пример SWOT-анализа.

Для составления стратегии предприятия можно воспользоваться ПО от компании Atlassian. С помощью шаблона в Confluence необходимо указать внешние и внутренние факторы, определяющие сильные и слабые стороны, возможности и угрозы. Затем следует провести анализ выделенных факторов для разработки бизнес-стратегии. Готовый маркетинговый план можно преобразовать в список задач для команды организации, результаты которых Confluence позволяет отслеживать.

Кроссплатформенный сервис Canva предоставляет широкий выбор шаблонов, которые были разработаны профессиональными дизайнерами. Для того, чтобы SWOT-анализ выгодно отличался по время презентации, его дизайн должен быть не просто хорошим, а внушительным и эффектным [4]. При помощи шаблонов сервиса Canva был разработан SWOT-анализ ОАО «Скидельского сахарного комбината».

В Республике Беларусь функционирует четыре предприятия сахарной промышленности: «Скидельский сахарный комбинат», «Городейский сахарный комбинат», «Жабинковский сахарный завод», «Слущкий сахарорафинадный комбинат». ОАО «Скидельский сахарный комбинат» введён в эксплуатацию в 1951 году. Основной продукцией предприятия являются сахар из сахарной свеклы, лимонная кислота, жом сушёный гранулированный. Мощности комбината по переработке сахарной свеклы — 8,2 тыс. т/сутки. ОАО «Скидельский сахарный комбинат» успешно использует и внедряет передовые технологии, а также стимулирует увеличение объёмов и качества переработки сахарной свеклы и производства сахара [2].

Необходимо определить шаги, которые помогут найти оптимальный путь развития организации и проблемы, которые надо решить. Следует рассмотреть 4 фактора: сильные и слабые стороны, возможности и угрозы. Применительно к ОАО «Скидельский сахарный комбинат» применение SWOT-анализа поможет выбрать успешную политику развития предприятия, избежать опасностей и определить возможности, которые позволят наиболее эффективным способом задействовать имеющиеся ресурсы.

Сильные стороны (S-strength) — это то, что предприятие делает хорошо, или характеристика, которая добавляет ему важные преимущества. В организации существуют определенные многолетние стратегии и ресурсы. Эти ресурсы или планы являются сильными сторонами. Знание этих факторов очень важно для того, чтобы оставаться впереди конкурентов в своей отрасли [7].

Слабые стороны (W-weaknesses) — то, что предприятие упускает или делает плохо (по сравнению с другими), или условия, которые приводят к невыгодному положению. Факторы, которые необходимо исправить или улучшить, чтобы конкурировать на рынке — это слабые стороны предприятия. Большинство проблем можно обнаружить заранее и своевременно устранить с помощью превентивных мер.

В некоторых случаях слабость может быть оборотной стороной силы. Например, когда фирма располагает большими производственными мощностями. Хотя этот потенциал можно считать сильной стороной, которой не разделяют конкуренты, он также может считаться слабым местом, если крупные инвестиции в производственные мощности не позволяют фирме быстро реагировать на изменения в стратегической среде.

Сильные стороны являются базой предприятия в конкурентной борьбе. Относительно слабых сторон, руководство должно делать всё возможное, чтобы избавиться от них.

Возможности (O-opportunities) определяется как нечто такое, что даёт предприятию шанс сделать что-то новое: разработать новый продукт, привлечь новых клиентов,

перестроить бизнес-процессы и тому подобное. Если компания осознает возможности, которые открываются перед ней в будущем, и последует этим шагам, успех компании удвоится. С помощью стратегического анализа необходимо выявить те положительные качества, которые будут полезны для организации.

Угрозы (T-threats) — это то, что может привести предприятие к убытку, лишит его существующих преимуществ. Некоторые факторы могут нанести ущерб росту бизнеса. Эти факторы также могут быть выявлены с помощью стратегического анализа, поэтому необходимо внедрить соответствующую систему управления рисками, чтобы они не смогли повлиять на рост компании.

А. Томпсон и А. Стрикленд сформировали набор характеристик, которые позволяют составить список возможностей и угроз предприятия из внешней среды [1].

Определим шаги, которые помогут разработать стратегию развития предприятия. Образуется четыре поля на пересечении блоков: СИВ (сила и возможности); СИУ (сила и угрозы); СЛВ (слабость и возможности); СЛУ (слабость и угрозы). Далее необходимо проанализировать все возможные сочетания комбинаций и выделить те, которые должны быть приняты во внимание при разработке политики развития предприятия.

Для пар, выбранных из области СИВ, необходимо разработать стратегию по применению сильных сторон предприятия, которая поможет использовать возможности внешней среды по максимуму.

Для комбинаций, которые находятся в поле СЛВ, стратегия следующая — за счет имеющихся возможностей попробовать побороть существующие в организации слабости. В поле СИУ стратегия предполагает использование силы организации для ликвидации угрозы. Для пар, находящихся на поле СЛУ, организации следует разработать такую стратегию, которая позволила бы ей как избавиться от слабости, так и попытаться предотвратить нависшую над ней угрозу.

Необходимо помнить, что возможности и угрозы могут стать своими противоположностями. Таким образом неиспользованная возможность может стать угрозой [3].

SWOT-анализ можно провести на протяжении любого времени: от 1-2 часов до нескольких дней. В первом случае выводы приходится делать на основе экспресс-опроса, то при наличии 2-5 дней есть возможность заблаговременно изучить документы, провести необходимые интервью и обсудить проблемы с заинтересованными лицами.

На основе проведенного SWOT-анализа можно сделать вывод о том, что у предприятия большое количество сильных сторон, таких как: высокое качество продукции, достаточные производственные мощности, квалифицированный профессиональный состав работников и приоритетное направление развития в пищевой промышленности страны. Так же можно выделить ряд первоочередных проблем, которые должны быть решены для построения эффективной стратегии развития предприятия в рыночных условиях, к которым можно отнести кризисное финансовое состояние, недостаток собственных оборотных средств, большая закредитованность предприятия, получение убытков, государственное регулирование цен на сырье и топливно-энергетические ресурсы в отличие от зарубежных конкурентов, низкие объемы сбора урожая сахарной свеклы по климатическим или иным причинам.

Тем не менее, ОАО «Скидельский сахарный комбинат» имеет возможности для развития: диверсификация рынков, усиление позиций на рынке, повышение квалификации работников с использованием зарубежных технологий, модернизация и реконструкция существующей технологии производства и производственных мощностей, возможность предоставления скидок. Предприятию следует обратить внимание на основные угрозы: снижение прибыльности; появление новых конкурентов с товарами-заменителями, устаревание технологий, снижение финансового положения основных клиентов (рисунок 1).

**Заключение.** Успех компании в 95% случаев зависит от выбора правильного решения SWOT-анализа, который является главной частью маркетингового плана. SWOT помогает лицам, принимающим решения, сравнивать идеи, ставить более ясную общую цель и понимать факторы успеха.

## SWOT-анализ ОАО «Скидельский сахарный комбинат»

### WEAKNESSES

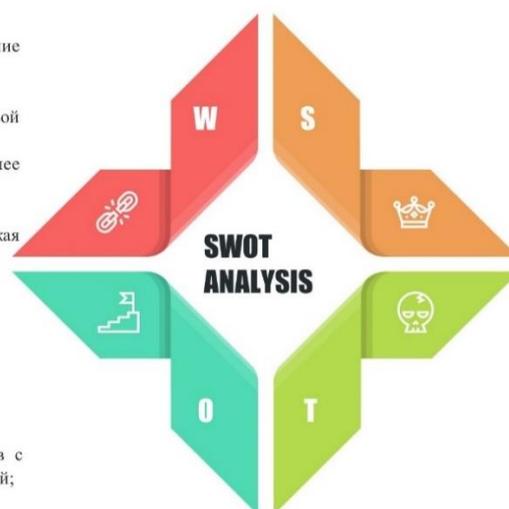
#### (слабые стороны)

- Кризисное финансовое состояние предприятия;
- Большая закредитованность;
- Высокие расходы по финансовой деятельности;
- Ввоз в Республику Беларусь более дешевого импортного сахара;
- Недостаток оборотного капитала;
- Большая дебиторская и кредиторская задолженность;
- Получение убытков;
- Актуальность движения ЗОЖ.

### OPPORTUNITIES

#### (Возможности)

- Диверсификация рынков;
- Усиление позиций на рынке;
- Повышение квалификации работников с использованием зарубежных технологий;
- Возможность предоставления скидок.



### STRENGTHS

#### (Сильные стороны)

- Сахарная промышленность является одним из приоритетных направлений социально-экономического развития Республики Беларусь, обеспечивающим продовольственную безопасность страны, способствующим развитию сельскохозяйственного производства;
- Высокое качество продукции;
- Обеспеченность сырьем;
- Достаточно широкий ассортимент упаковки изделий;
- Собственная сырьевая база;
- Высокая квалификация сотрудников;
- Безотходность производства;

### THREATS (Угрозы)

- Природно-климатические факторы;
- Экономическая нестабильность;
- Снижение прибыльности;
- Появление новых конкурентов с товарами-заменителями;
- Устаревание технологий;
- Снижение финансового положения основных клиентов

Рисунок 1 – SWOT-анализ «Скидельского сахарного комбината»

Данный анализ отражает потребность в осуществлении ряда действий, способствующих формированию результативной системы управления предприятием сахарной отрасли посредством передовых технологий и ведущих методов управления (рисунок 2).

## Матрица SWOT-анализа

Факторы	Сильные стороны	Слабые стороны
Возможности	<i>Поле СИВ:</i> Выход на новые рынки –репутация, гибкая ценовая политика, активная роль маркетинга; Широкий ассортимент упаковки — усиление позиций на рынке.	<i>Поле СЛВ:</i> Выход на новый рынок приведёт к повышению прибыли, рентабельности; Повышение квалификации работников с использованием зарубежных технологий приведёт к повышению эффективности производства, снижению материальных затрат и издержек, совершенствованию существующих технологий; Усиление позиций на рынке приведёт к вытеснению конкурентов с рынка.
Угрозы	<i>Поле СИУ:</i> Сохранение высокого качества продукции позволит сохранить лидирующие позиции на рынке; Высокая квалификация сотрудников — повышение прибыльности, реконструкция и модернизация производства; Приоритетность в социально-экономическом развитии РБ — к обеспечению продовольственной безопасности страны	<i>Поле СЛУ:</i> Актуальность ЗОЖ — снижению объёмов продаж, снижению прибыли, появлению конкурентов с товарами-заменителями. Внедрение инноваций в технологии производства. Техническое обновление за счет модернизации оборудования.

Рисунок 2 – Матрица SWOT-анализа

Матрица SWOT-анализа — последний шаг в проведении SWOT-анализа предприятия, выполнении правильных действий при анализе, поиске правильных стратегий роста бизнеса.

Таблица, выполненная в виде четырех квадратов с тактическими действиями, направлена на повышение конкурентоспособности продукта со всех сторон, с уменьшением внешних угроз, обеспечение эффективного использования существующих возможностей для развития бизнеса.

Работа направлена на оптимизацию стратегии предприятия для эффективности взаимодействия внешней ситуации (возможности и угрозы) с потенциалом предприятия (сильными и слабыми сторонами).

#### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Зуб, А. Т. Стратегический менеджмент: Учебник и практикум для вузов / А. Т. Зуб. – М.: Изд-во Юрайт, 2020. – 375 с.
2. ОАО «Скидельский сахарный комбинат» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://cukar.by/>. – Дата доступа: 20.12.2021.
3. Рождественская, Е. С. Оценка современного уровня экономической безопасности организации / Е.С. Рождественская, А.В. Калашникова // Управленческий учёт. – 2019. – № 10. – С. 43-51.
4. Создайте матрицу для SWOT-анализа онлайн бесплатно [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.canva.com/ru\\_ru/grafiki/swat-analiz/](https://www.canva.com/ru_ru/grafiki/swat-analiz/). Дата доступа: 10.04.2022.
5. Фидельман, Г. Н. Альтернативный менеджмент. Путь к глобальной конкурентоспособности / Г.Н. Фидельман, С.В. Дедиков, Ю.П. Адлер. – М.: Альпина Паблишер, 2016. – 192 с.
6. Kubilay, M. SWOT analysis and security management / M. Kubilay // European Journal of Management and Marketing Studies. – 2019. – Vol. 4. Issue 2. – P. 78-89.
7. SWOT Analysis | Meaning, Use & Application - Strategic Planning Method [Electronic resource]. – Mode of access: <https://planningtank.com/market-research/swot-analysis>. – Date of access: 24.12.2021.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕНДЕНЦИЙ ПОКУПАТЕЛЬСКОГО ПОВЕДЕНИЯ НА  
ПРИМЕРЕ МАГАЗИНА ТОРГОВОЙ СЕТИ**

**Кот Кристина Андреевна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет экономики и управления, 2 курс,*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Н. В. Марковская, доцент кафедры математического и информационного обеспечения экономических систем УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье проведено исследование покупательских транзакций магазина торговой сети, определены главные критерии оценки качества полученных ассоциативных правил, сделаны выводы по результатам анализа. В качестве основного метода исследования транзакций использован поиск ассоциативных правил, в качестве инструмента – алгоритм аффинитивного анализа данных с генерацией кандидатов Apriori.

**Ключевые слова:** ассоциативные правила, поддержка, достоверность, подъемная сила, анализ магазина.

**Введение.** В быстрорастущем мире торговли всегда являлся актуальным вопрос увеличения продаж и грамотного распределения ресурсов. Для этих целей были разработаны различные методы анализа потребительской корзины, такие как поиск последовательных шаблонов, кластеризация и сегментация, коллаборативная фильтрация, а также ассоциативные правила.

Ассоциативные правила являются важным методом анализа данных, особенно в области розничной торговли. Они используются для определения комбинаций товаров, которые часто покупаются вместе, а анализ потребительской корзины использует эти правила для оптимизации управления запасами, продвижения товаров и улучшения программ лояльности.

**Показатели оценки качества правил.**

При оценке качества ассоциативных правил используются три важных показателя — поддержка (support), достоверность (confidence), подъемная сила (lift).

Поддержка — это доля транзакций, содержащих все элементы правила ассоциации. Математически он рассчитывается как количество транзакций, содержащих элемент, деленное на общее количество транзакций. Это важный показатель, потому что если поддержка правила ассоциации слишком низкая, это означает, что правило не является репрезентативным для данных.

Достоверность — это показатель, который измеряет, как часто элементы в правиле ассоциации появляются вместе. Он рассчитывается как доля транзакций, содержащих оба элемента правила, от всех транзакций, содержащих один элемент правила. Другими словами, это вероятность того, что предмет в правиле будет куплен, если присутствует другой предмет.

Подъемная сила — это показатель, который сравнивает достоверность ассоциативного правила с достоверностью наиболее часто встречающегося отдельного элемента в наборе транзакций.

### Анализ магазина.

В качестве инструмента для выявления ассоциаций был использован один из алгоритмов поиска ассоциативных правил: Apriori. Объектом исследования является магазин торговой сети, исследования других магазинов из этой сети приведены в предыдущих исследованиях.

На основе данных описательной статистики были получены следующие результаты: в наборе данных присутствуют 431 продукт и 22304, максимальное количество товаров в чеке – 45, наиболее часто встречающиеся из них (рисунок 1):

- хлеб;
- молоко;
- пиво;
- сигареты;
- водка.

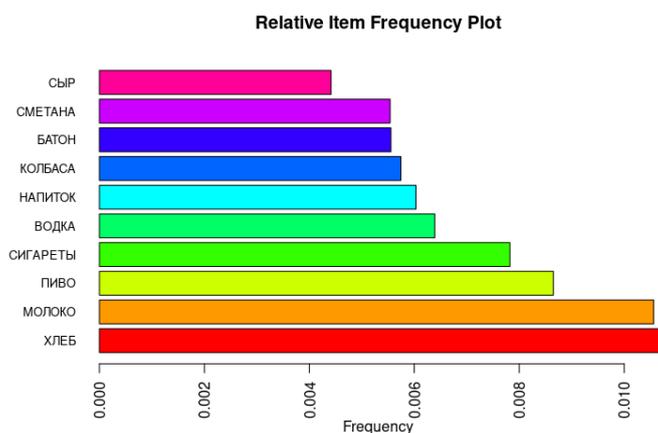


Рисунок 1 – График наиболее часто покупаемых товаров

Применим алгоритм Apriori, передав в качестве входных параметров поддержку, равную 0,0001, и достоверность, равную 0,4.

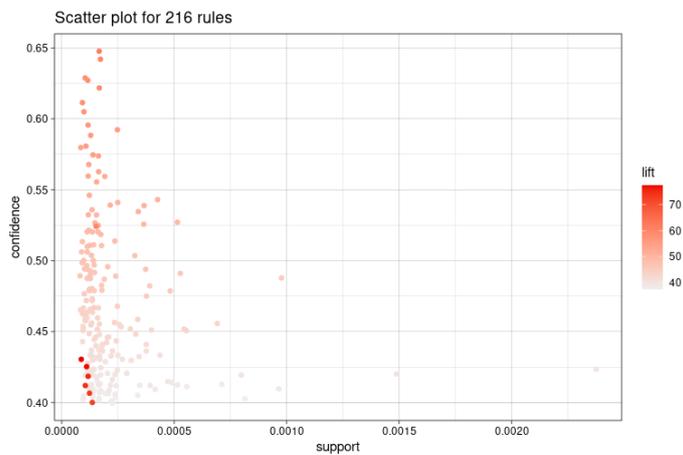
lhs	rhs	support	confidence
[1] {БАТОН, КЕФИР, ТВОРОГ, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001031205	0.821428
[2] {БАТОН, КЕФИР, МОЛОКО, ТВОРОГ}	=> {ХЛЕБ}	0.001031205	0.741935
[3] {БАТОН, ВОДА, МАСЛО}	=> {МОЛОКО}	0.001120875	0.73529
[4] {КЕФИР, САХАР, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001076040	0.72727
[5] {БАТОН, КЕФИР, СМЕТАНА}	=> {МОЛОКО}	0.001793400	0.71428
[6] {ПЛЕТЕНКА}	=> {ХЛЕБ}	0.001658895	0.69811
[7] {БАТОН, МАСЛО, МОЛОКО, ТВОРОГ}	=> {ХЛЕБ}	0.001031205	0.67641
[8] {САХАР, СМЕТАНА, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001300215	0.67441
[9] {ИЗДЕЛИЕ, СМЕТАНА, ТВОРОГ}	=> {ХЛЕБ}	0.001300215	0.67441
[10] {МОЛОКО, СУХАРИ}	=> {ХЛЕБ}	0.001076040	0.66666
[11] {САХАР, СЫР, БУЛОЧКА}	=> {МОЛОКО}	0.001031205	0.65714
[12] {ТВОРОГ, ХЛОПЬЯ}	=> {МОЛОКО}	0.001076040	0.64864
[13] {КЕФИР, СМЕТАНА, ТВОРОГ}	=> {МОЛОКО}	0.002465925	0.64705
[14] {КОЛБАСА, СМЕТАНА, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001300215	0.64444
[15] {БАТОН, СМЕТАНА, ТВОРОГ}	=> {ХЛЕБ}	0.002959110	0.64077
[16] {ПРЯНИКИ, ТВОРОГ, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001031205	0.6388
[17] {РОГАЛИКИ}	=> {ХЛЕБ}	0.001345050	0.6382
[18] {БАТОН, МАСЛО, ТВОРОГ}	=> {ХЛЕБ}	0.001883070	0.6268
[19] {ВОДА, МАСЛО, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001255380	0.6222
[20] {ВИТУШКА, ХЛЕБ}	=> {МОЛОКО}	0.001031205	0.6216

Здесь, как и в предыдущих исследованиях, ярко выделяется связь между молочными и хлебобулочными продуктами, но можно отметить, что наблюдаются правила, говорящие о взаимосвязи покупок молока и сладкой выпечки. Для lhs-rhs анализа возьмем товары из категории алкогольной продукции, которые попали в топ-5, установив уровень поддержки на значении 0,001, и получим следующие правила:

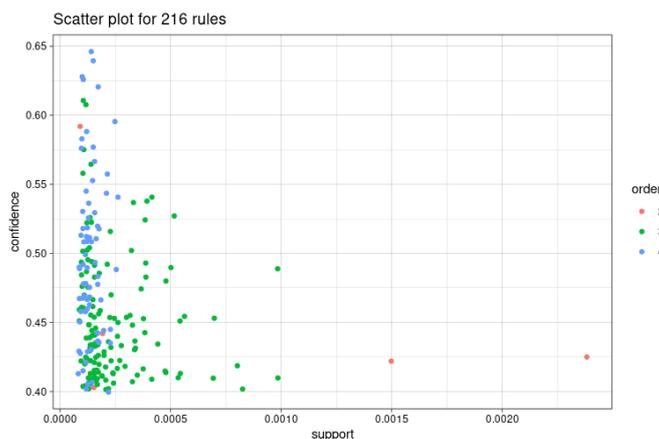
lhs	rhs	support	confidence
[1] {ВОДКА, ЧИПСЫ}	=> {ПИВО}	0.001031205	0.5348837
[2] {СИГАРЕТЫ, ЧИПСЫ}	=> {ПИВО}	0.002600430	0.5225225
[3] {ВОДА, ЧИПСЫ}	=> {ПИВО}	0.001255380	0.4666667
[4] {АРАХИС}	=> {ПИВО}	0.001434720	0.4637681
[5] {ИКРА, ТОМАТЫ}	=> {ВОДКА}	0.000134505	0.4322454
[6] {ГАЗЕТА, ПИВО}	=> {ВОДКА}	0.000134505	0.4215228
[7] {ПАЛОЧКИ, СИГАРЕТЫ, СОСИСКИ}	=> {ВОДКА}	0.000134505	0.4165621
[8] {НАПИТОК, ОГУРЦЫ, ШОКОЛАД}	=> {ВОДКА}	0.000134505	0.4126647

Здесь появляется следующая тенденция: с чипсами и другими снеками часто покупают пиво, кроме этого пиво фигурирует в левой части правил, приводящих к покупке водки.

Диаграммы рассеяния представлены на рисунках 2 и 3. Диаграмма на рисунке 2 показывает, что высокие значения подъемной силы (lift) имеют правила с низкой поддержкой. Следовательно, чем более темный цвет имеет правило на диаграмме, тем меньше его значимость. На рисунке 3 поддержка и достоверность использованы как оси x и y, а цвет использован для идентификации порядка, то есть количества объектов, содержащихся в правиле.

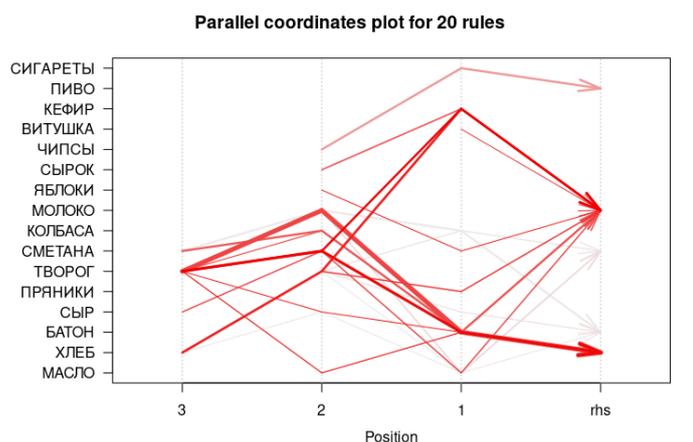


**Рисунок 2 – Диаграмма рассеяния**



**Рисунок 3 – Диаграмма рассеяния “Two-key plot”**

На графике параллельных координат сильная связь прослеживается между наличием в чеках творога, молока, батона и хлеба (рисунок 4):



**Рисунок 4 – График параллельных координат**

**Заключение.** Исходя из полученных результатов видно, что, как и в магазинах из предыдущих исследований, наиболее значительная ассоциативная связь – между молочной и хлебобулочной продукцией. Особенностью данного магазина является то, что с молочной продукцией часто покупают сладости и выпечку. Отдельно можно также отметить зависимость между покупкой пива и снеков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кот, К. А. Алгоритм APRIORI и его принципы, лежащие в основе поиска ассоциативных правил [Электронный ресурс] / К.А. Кот // Наука-2022: сб. науч. ст. – 2022. – С. 688 – 693.
2. Кот, К. А. Аффинитивный анализ данных потребительской корзины с помощью алгоритма Apriori / К. А. Кот, Н. В. Марковская // BIGDATA and Advanced Analytics = BIG DATA и анализ высокого уровня : сборник научных статей VIII Международной научно-практической конференции, Минск, 11-12 мая 2022 года / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: В. А. Богуш [и др.]. – Минск, 2022. – С. 234–239.
3. Кот, К. А. Использование алгоритма APRIORI для анализа потребительских корзин сети продовольственных магазинов / К. А. Кот; науч. рук. Н. В. Марковская // Студенческий вестник. – 2022. – № 47. Ч. 7. – С. 39-42.
4. Кот, К. А. Использование алгоритма Apriori для поиска ассоциативных правил в потребительской корзине / К. А. Кот; науч. рук. Н. В. Марковская // Студенческий вестник. – 2021. – № 47. Ч. 7. – С. 15-17.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ  
СРЕДСТВАМИ PYTHON**

**Масюкевич Владислав Витальевич**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет математики и информатики, 3 курс,*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Н.В. Семенчук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук.

В статье исследуется программная реализация алгоритмов анализа изображений средствами Python. Рассматриваются объекты исследования данной работы, такие как изображения рукописных цифр, иными словами, способность компьютера узнавать написанные от руки цифры, а также алгоритмы анализа изображений рукописных цифр. На основании результатов проводится реализация алгоритмов анализа изображений рукописных цифр средствами Python. При выполнении данной статьи были использованы средства Python.

**Ключевые слова:** нейронная сеть, модель, Python, анализ изображения.

**Введение.** В современном мире можно часто встретить задачи, которые требуют рассмотрения и анализа изображений. Так, например, в медицине, многие врачи полагаются на результаты диагностик с помощью компьютера. Зачастую, компьютеры замечают вещи, которые пропускают даже самые опытные врачи. Таким образом, они выступают в качестве «советника». Выводы, сделанные компьютером, могут подтвердить гипотезу врача, так её и опровергнуть, а в некоторых случаях ставит вопрос более глубокого изучения проблемы. В других же случаях, распознавание объектов играет огромную роль в системах безопасности.

Распознавание рукописных цифр является еще одной интересной задачей по распознаванию изображений. Распознавание рукописных цифр — это способность компьютера узнавать написанные от руки цифры. Однако стоит отметить, что для машины это не самая простая задача, ведь каждая написанная цифра может отличаться от эталонного написания.

**Основная часть.** Сразу стоит отметить, что задача распознавания рукописного текста носит название HWR (handwriting recognition). Существуют два различных класса задач HWR:

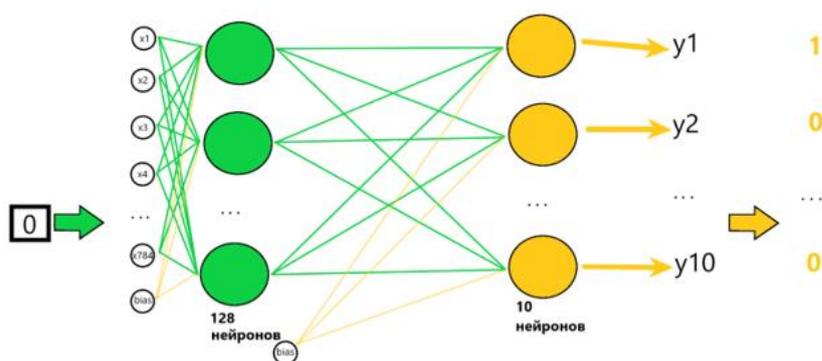
1. Распознавание текста может производиться «офлайновым» методом из уже написанного на бумаге текста.

2. Распознавание текста может производиться «онлайновым» методом, считыванием движений кончика ручки, к примеру по поверхности специального компьютерного экрана.

При онлайн-распознавании процесс формирования изображения текста и процесс его ввода в систему распознавания совмещены, что позволяет системе отслеживать процесс начертания символов. Это даёт возможность получать помимо графической информации ещё и информацию о структуре входных изображений, например, о направлении и скорости движения пера или о его нажиме при написании символа. На данный момент онлайн-системы распознавания широко используются на планшетных ПК.

Оффлайн-распознавание заключается в распознавании уже сформированного изображения в текстовый формат. Отсутствие дополнительной информации о вводе текста вкупе с высокой вариабельностью распознаваемого объекта усложняет задачу оффлайнового распознавания текста в общем случае по сравнению с онлайн-вариантом. У задачи распознавания рукописных цифр есть несколько главных особенностей по сравнению с общей задачей распознавания текста. Во-первых, резко ограничен алфавит распознаваемых символов — рассматриваются только цифры от 0 до 9. Во-вторых, в строке все цифры имеют примерно одинаковую высоту. В-третьих, цифры, как правило, пишутся отдельно друг от друга, а их пересечения — скорее исключения. В совокупности эти особенности заметно упрощают этапы сегментации, извлечения признаков и классификации.

В статье рассматривается алгоритм программной реализации, состоящий из пяти пунктов. Для начала происходит импорт данных с коллекции MNIST – база данных, содержащая 60 000 образцов наборов данных для обучения и тестовый набор из 10 000 образцов. Затем переходим к обучению по соответствующим параметрам. На рисунке 1 можно увидеть структуру модели нейросети.



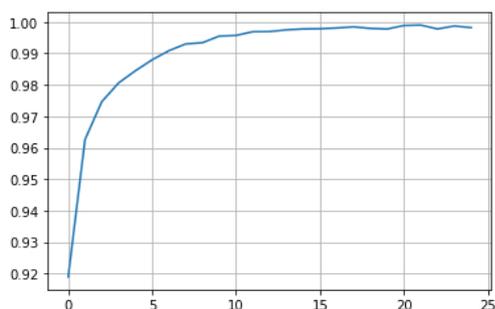
**Рисунок 1 – Структура модели нейросети**

Структура состоит из 784 входов и еще один вход bias – нейрон смещения. Особенность bias заключается в том, что его вход и выход всегда равняются 1 и они никогда не имеют входных синапсов. Нейроны смещения могут, либо присутствовать в нейронной сети по одному на слое, либо полностью отсутствовать. Нейрон смещения нужен для того, чтобы иметь возможность получать выходной результат, путем сдвига графика функции активации вправо или влево. Далее идёт скрытый слой, состоящий из 128 нейронов. Затем выходной слой, состоящий из 10 нейронов.

На втором этапе происходит обучение модели нейросети, которое состоит из введения функции обучения нейросети. В последствии чего функция принимает различные параметры.

На этапе успешного распознавания в процентах, после прохождения обучения, проводится тестовая выборка нейросети. На основе полученных данных можно сделать вывод, что точность в тестовой выборке совпадает с валидацией при обучении и составляет 0,9726 (97%).

Однако, такой результат точности достигнут не сразу, а возникал в процессе эволюции нейросети, что можно увидеть на рисунке номер 2. Для более подробного описания эволюции был выбран прогресс по точности в 25 эпох, в следствии чего можно увидеть даже самые небольшие погрешности.



**Рисунок 2 – Анализ эволюции нейросети**

Для того, чтобы окончательно описать эволюцию нейросети следует перейти к последнему этапу – вывод неверно распознанных цифр. В случае данной нейросети вывод неверно распознанных изображений в тестовой выборке равен 274 из 10 000, что говорит о том, что существует множество иных факторов, которые в последствии могут повлиять на результат.

**Заключение.** В статье были получены практические результаты в области анализа изображений и, в частности, распознавания рукописных цифр. Основные результаты по проделанной работе: написанная на языке программирования “Python” программа “Анализ изображений рукописных цифр” может проанализировать изображение и выдать цифру, изображённую на картинке.

Из анализа тестовых примеров видно, что данная нейронная сеть способна вполне успешно справляться с распознаванием рукописных цифр на изображении и может быть использована для решения различных практических задач.

#### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Рашка, С. Python и машинное обучение / С. Рашка. – М.: ДМКПресс, 2017. – 418 с.
2. Форсайт, Д.А. Компьютерное зрение. Современный подход / Д.А. Форсайт, Д. Понс. – М.: «Вильямс», 2004. – 928 с.
3. Вьюгин, В.В. Математические основы теории машинного обучения и прогнозирования / В.В. Вьюгин. – М., 2013. – 387 с.
4. Шарден, Б. Крупномасштабное машинное обучение вместе с Python / Б. Шарден, Л. Массарон, А. Боскетти. – М.: ДМКПресс, 2018. – 358 с.
5. Information about keras [Electronic resource]. – Mode of access: <https://keras.io/>. – Date of access: 22.03.2023.
6. MNIST database [Electronic resource]. – Mode of access: [https://en.wikipedia.org/wiki/MNIST\\_database](https://en.wikipedia.org/wiki/MNIST_database). – Date of access: 22.03.2023.
7. Artificial neural network [Electronic resource]. – Mode of access: [https://en.wikipedia.org/wiki/Artificial\\_neural\\_network](https://en.wikipedia.org/wiki/Artificial_neural_network). – Date of access: 22.03.2023

---

---

**ХІІІ Республіканская навуцна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навуцна-даследавальскіх работ уцаіхся срдніх,  
срдніх спецыяльных учебных заведеній і студэнтаў вузаў**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДОШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ**

**Менцель Ангелина Валентиновна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет математики информатики, 3 курс,*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Т.В. Русилко, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук.

Данная статья освещает тему регрессионного анализа показателей учреждений дошкольного образования Республики Беларусь в период с 2002 по 2022 год. На основе данных с официального сайта Государственного института контроля за качеством образования Беларуси проведен анализ численности педагогических работников и детей, а также исследованы их взаимосвязи. Результаты исследования могут быть использованы при принятии управленческих решений в области дошкольного образования.

**Ключевые слова:** регрессионный анализ, корреляционный анализ, дошкольное образование, EViews.

**Введение.** Прогнозирование с помощью моделей множественной регрессии является одним из наиболее распространенных методов анализа данных в различных областях, включая экономику, финансы, маркетинг и другие.

Рассмотрим статистические данные, которые будут использоваться для построения регрессионной модели. Источник данных – сайт Государственного института контроля за качеством образования Беларуси [1]. Анализируются такие показатели как количество учреждений дошкольного образования, численность детей и численность педагогов в Республике Беларусь с 2002 по 2022 год.

**Таблица 1 – Основные показатели учреждений дошкольного образования  
в Республике Беларусь (2002-2022 гг.)**

Год	Учреждения	Дети	Педагоги
2002	4423	390812	52524
2003	4359	381080	53508
2004	4241	367538	50841
2005	4182	362386	50217
2006	4146	363090	50059
2007	4150	366685	50356

2008	4135	365594	50471
2009	4109	365298	50568
2010	4087	367739	50746
2011	4097	372768	51348
2012	4099	383977	52046
2013	4081	387441	53508
2014	4064	398035	54067
2015	4027	407049	53531
2016	3972	410564	54010
2017	3951	409844	55581
2018	3879	418145	56162
2019	3812	426258	56553
2020	3803	435051	56725
2021	3798	436603	56860
2022	3799	424071	57540

Введем обозначения для переменных: *school* – количество учреждений образования, *kids* – численность детей, *teacher* – численность педагогов.

**Регрессионный анализ данных.** Для составления матрицы парных коэффициентов корреляции исходных переменных нужно рассчитать коэффициенты корреляции Пирсона для всех возможных пар переменных. Результаты представлены на рисунке 1:

	SCHOOL	TEACHER	KIDS
SCHOOL	1.000000	-0.747469	-0.777552
TEACH	-0.747469	1.000000	0.966839
KIDS	-0.777552	0.966839	1.000000

**Рисунок 1 – Матрица парных коэффициентов корреляции**

Из матрицы коэффициентов корреляции, представленной на рисунке 1, можно сделать следующие выводы.

– Количество учреждений и численность педагогов, количество учреждений и численность детей имеют высокую отрицательную корреляцию, что не соответствует ожиданиям. Предполагаем ложную корреляцию, обусловленную наличием третьей скрытой переменной. Предположительно этой переменной является время – год исследования.

– Между числом педагогов и детей существует весьма высокая положительная корреляция, что соответствует ожиданиям. Однако обуславливает наличие мультиколлинеарности. Мультиколлинеарность означает, что две независимые переменные сильно коррелируют между собой, это может привести к проблемам в оценке коэффициентов регрессии.

Для оценки параметров модели линейной регрессии с тремя независимыми переменными используем метод наименьших квадратов [2, 3]. В качестве третьей независимой переменной используем время  $T$  – год наблюдения, что позволит устранить проблему ложной корреляции и смягчить мультиколлинеарность. Оценим уравнение множественной линейной регрессии вида:

$$school = \beta_0 + \beta_1 teacher + \beta_2 kids + \beta_3 T .$$

Dependent Variable: SCHOOL  
 Method: Least Squares  
 Date: 05/04/23 Time: 14:41  
 Sample: 2002 2022  
 Included observations: 21

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TEACHER	0.014297	0.015898	0.899324	0.3810
KIDS	6.25E-05	0.001683	0.037141	0.9708
T	-32.36312	3.292636	-9.828940	0.0000
C	3628.652	383.8216	9.454007	0.0000
R-squared	0.940874	Mean dependent var		4057.810
Adjusted R-squared	0.930440	S.D. dependent var		175.2292
S.E. of regression	46.21537	Akaike info criterion		10.67415
Sum squared resid	36309.62	Schwarz criterion		10.87310
Log likelihood	-108.0785	Hannan-Quinn criter.		10.71732
F-statistic	90.17375	Durbin-Watson stat		0.394017
Prob(F-statistic)	0.000000			

**Рисунок 2 – Вычисления для линейной модели регрессии**

Эмпирическое уравнение регрессии имеет вид:

$$school = 3628.652 + 0.014297teacher + 6.25E^{-5}kids - 32.36312T + e$$

Значение коэффициента детерминации  $R^2 = 0.94$  означает, что 94% дисперсии зависимой переменной может быть объяснено факторами, рассматриваемыми в модели регрессии. Следовательно, модель регрессии в целом имеет очень высокую предсказательную способность.

Скорректированный коэффициент детерминации  $R^2 = 0.93$  учитывает количество независимых переменных в модели и часто более консервативен, чем обычный коэффициент детерминации. Его значение говорит о том, что наша модель регрессии объясняет 93% дисперсии зависимой переменной с учетом количества рассматриваемых независимых переменных.

Значение  $F$ -критерия Фишера, равное 90, говорит о том, что полученное уравнение регрессии является статистически значимым на уровне значимости 0.05, что подтверждает альтернативную гипотезу о том, что хотя бы один коэффициент регрессии отличен от нуля.

Значения  $t$ -статистик и соответствующие  $P$ -значения определяют статистическую незначимость коэффициентов уравнения регрессии. Лишь коэффициенты, у которых  $P$ -значения значительно меньше 0.05, можно считать статистически значимыми. Поэтому в целом, модель множественной регрессии не позволяет предсказывать зависимую переменную на основе значений факторов  $teacher$  и  $kids$ , что также подтверждается на основе дополнительных тестов.

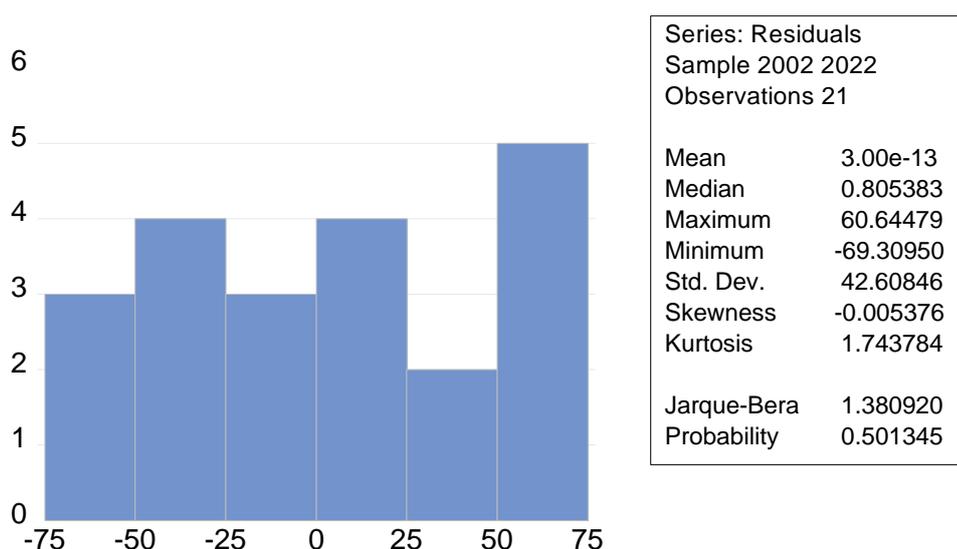
Значение коэффициента Дарбина-Уотсона равное 0.39 говорит о том, что в остатках регрессии присутствует положительная автокорреляция, то есть наблюдения более склонны к тому, чтобы быть ближе к соседним наблюдениям, чем ожидается в случае отсутствия автокорреляции. В таком случае, результаты оценки модели становятся менее надежными.

Проверим остатки модели на гомоскедастичность с помощью теста Уайта, результаты которого представлены на рисунке 3.  $P$ -значение равно 0.5991 значительно превышает уровень значимости 0.05, что означает, что нет статистически значимых доказательств нарушения гомоскедастичности остатков. Таким образом, гипотеза о гомоскедастичности остатков не может быть отвергнута на уровне значимости 0.05.

Heteroskedasticity Test: White			
Null hypothesis: Homoskedasticity			
F-statistic	0.836695	Prob. F(9,11)	0.5991
Obs*R-squared	8.533899	Prob. Chi-Square(9)	0.4814
Scaled explained SS	2.079809	Prob. Chi-Square(9)	0.9901

**Рисунок 3 – Вычисления гомоскедастичности остатков**

Проверим остатки на нормальное распределение. Так как  $P$ -значение для статистики Жака-Бера равно 0.5991, то гипотеза о нормальном распределении принимается, рисунок 3.



**Рисунок 4 – Проверка нормального распределения**

Учитывая результаты анализа, можно сделать следующие выводы. Полученное уравнение регрессии является статистически значимым на уровне значимости 0.05. Однако модель множественной регрессии не позволяет предсказывать зависимую переменную на основе числа педагогов и детей. Остатки модели гомоскедастичны. Значение коэффициента Дарбина-Уотсона говорит о том, что в остатках регрессии присутствует положительная автокорреляция, что может снижать надежность результатов. Остатки модели подчиняются нормальному распределению.

Модель множественной регрессии можно использовать для предсказания значения зависимой переменной в фиксированный год наблюдения  $T$ . Для улучшения качества модели необходимо устранить проблему автокорреляции остатков. В таблице 2 приведен прогноз численности учреждений образования на ближайшие пять лет.

**Таблица 2 – Прогноз численности учреждений образования на ближайшие 5 лет.**

Год	Учреждения
2023	3702
2024	3652
2025	3570
2026	3482
2027	3403

**Заключение.** Базируясь на анализе данных, можно сделать вывод о том, что в Республике Беларусь происходит снижение количества школ, что может быть вызвано различными причинами, такими как демографические изменения, экономические факторы или изменения в системе образования. Это может потенциально повлиять на качество образования и качество обучения, поскольку уменьшение количества школ может привести к увеличению нагрузки на оставшиеся школы и ухудшению условий для обучения. В связи с этим, возможно, потребуется принятие соответствующих мер, чтобы поддержать образовательную инфраструктуру страны.

*СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Официальный сайт Государственного института контроля за качеством образования Беларуси [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.giac.by/statistika/pokazateli.php>. – Дата доступа: 10.04.2023.
2. Хацкевич, Г. А. Эконометрика: учебник / Г. А. Хацкевич, Т. В. Русилко. – Минск: РИВШ, 2021. – 452 с.
3. Гурьева, Н. В. Регрессионный анализ в экономике: учебное пособие / Н. В. Гурьева, Л. П. Толстых – М.: Юрайт, 2017. – 101 с.



### Задача №2

Стоимость проезда в автобусе 80 коп. месячный проездной стоит 28,80 руб. штраф за билетный проезд стоит 37 руб. Студент 24 раза едет на автобусе в университет и обратно. Он никогда не платит за проезд и считает, что вероятность быть пойманным 0,05. Сравнить стоимость проездного билета и наиболее вероятной величиной штрафа за 48 поездок.

**Решение.** Наиболее вероятное число можно вычислить по формуле [1], оно будет равно  $m_0 = [48 \cdot 0,05 - 0,95] + 1 = 1 + 1 = 2$

Значит можно получить 2 штрафа,  $28,80 < 74$ .

### Задача №3.

Однажды программист устраивался на работу, где ему предложили самому выбрать себе зарплату. Но сделали это хитро, так, чтобы сразу проверить его профпригодность: дали на выбор два конверта. В каждом конверте находятся офферы – это документы, где написано предложение по условиям работы и зарплате. Конверты запечатаны. В одном оффере денег в два раза больше, чем в другом. Программисту можно открыть один конверт, прочитать содержание предложения и решить – оставить этот конверт или выбрать другой. Что лучше: оставить этот, выбрать другой или без разницы?

**Решение.** Программист выбрал конверт. Пусть там  $X$  руб., значит в другом конверте  $0,5X$  или  $2X$ . Тогда  $X_1 = 0,5X$  руб.  $p_1 = 0,5$   $X_2 = 2X$  руб.  $p_2 = 0,5$ . Математическое ожидание  $MX = 0,5X \cdot 0,5 + 2X \cdot 0,5 = (0,5X + 2X) \cdot 0,5 = 2,5X \cdot 0,5 = 1,25X$  - это и есть ожидаемая сумма в другом конверте. Так что с точки зрения теории вероятности выгоднее выбрать второй конверт.

### Задача №4.

В OldCity происходит бесплатная дегустация нового продукта «Молочный Мир». Статистика показывает вероятность того, что женщина согласится на дегустацию нового продукта, равна 0,2, а для мужчины эта вероятность равна 0,1. В определенный момент в отделе находится 25 покупателей (15 женщин и 10 мужчин). Рекламный представитель фирмы обратится к двум покупателям с предложением дегустации какова вероятность, что один из них примет предложение, а второй нет.

**Решение.** Введем следующие гипотезы:

$H_1$  – с предложением дегустации обратились к двум женщинам;

$H_2$  – с предложением дегустации обратились к двум мужчинам;

$H_3$  – с предложением дегустации обратились к мужчине и женщине. Вычислим их вероятности  $P(H_1) = \frac{7}{20}$ ,  $P(H_2) = \frac{3}{20}$ ,  $P(H_3) = \frac{1}{4}$ .

Пусть событие  $A$  – один из посетителей, к кому обратились с предложением дегустации согласился, другой – нет. Тогда условные вероятности

$$P(A|H_1) = C_2^1 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,32$$

$$P(A|H_2) = C_2^1 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,18$$

$$P(A|H_3) = 0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,26$$

По формуле полной вероятности получаем  $P(A) = 0,32 \cdot \frac{7}{20} + 0,18 \cdot \frac{3}{20} + 0,26 \cdot \frac{1}{4} = 0,204$

### Задача №5.

Магазин мобильных телефонов посещает в среднем 7 человек в час. Каждому посетителю магазин дарит ручку с фирменными логотипом. Кроме того, каждый час разыгрывается рекламная лотерея, приз в которой (мобильный телефон) вручается одному из игроков с вероятностью  $1/20$ . Рабочий день длится 10 часов. Найти математическое ожидание стоимости призов, требующихся этому магазину на один день, если ручка стоит 30 рублей, а мобильный телефон 7 000 рублей.

**Решение.** За 10 часов будет отдано  $10 \cdot 7 = 70$  ручек по 30 руб. (2 100 руб).

$p = \frac{1}{20}$  – вероятность выиграть телефон ( $q = \frac{19}{20}$ ).

В таблице 1 приводится распределение случайной величины  $X$  – стоимость призов.

**Таблица 1 – Ряд распределения дискретной случайной величины**

$X_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_i$	0,000	0,006	0,022	0,052	0,091	0,127	0,14	0,14	0,130	0,101	0,07
	9	4	3	1	2	7	9	9	4	4	1

**Задача №6.**

Имеется два инвестиционных проекта. Первый с вероятностью 0,6 обеспечивает прибыль 15 млн.\$, но с вероятностью 0,4 можно потерять 5,5 млн.\$. Для второго проекта можно получить прибыль 10 млн.\$ с вероятностью 0,8, и с вероятностью 0,2 можно потерять 6 млн.\$. Какой проект следует выбрать.

**Решение.** Посчитаем среднюю ожидаемую величину прибыли от каждого проекта. Это и будет математическим ожиданием ( $MX$ ):

$$MX_1 = 15 \cdot 0,6 - 5,5 \cdot 0,4 = 6,8 \text{ млн.}\$;$$

$$MX_2 = 10 \cdot 0,8 - 6 \cdot 0,2 = 6,8 \text{ млн.}\$.$$

Так как ожидаемая величина прибыли равна, то посчитаем риски для каждой кампании. Это будет дисперсией ( $DX$ ):

$$MX_1^2 = 15,5^2 \cdot 0,6 + 5,5^2 \cdot 0,4 = 147,1$$

$$DX_1 = 147,1 - 6,8^2 = 100,86$$

$$MX_2^2 = 10^2 \cdot 0,8 + 6^2 \cdot 0,2 = 87,2$$

$$DX_2 = 87,2 - 6,8^2 = 40,96$$

Следовательно, лучше выбрать второй инвестиционный проект.

**Заключение.** Таким образом, важность обучения решению математических задач с экономическим содержанием в том числе вероятностных не вызывает сомнений. Решение таких задач позволит продемонстрировать практическую значимость математики, а также позволит решить одну из задач, стоящих перед образованием на современном этапе его развития – воспитание самостоятельной, конкурентоспособной личности, способной решать различные жизненные задачи. Также следует отметить значимость математических задач с экономическим содержанием для развития мотивации изучения экономических приложений математики, формирования у молодых людей интереса к профессиям, связанных с финансово-экономической сферой деятельности.

*СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 551 с.
2. Репин О. А. Задачи всероссийских студенческих олимпиад по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие. / О.А. Репин, Е.И Суханова, Л.К. Ширяева. – СПб., 2017. – 80 с.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**КЛАССИФИКАЦИЯ РАЙОНОВ ГРОДНЕНСКОЙ ОБЛАСТИ  
ПО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ ПОКАЗАТЕЛЯМ**

**Пронская Анастасия Константиновна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет математики и информатики, 3 курс*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Т. В. Русилко, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье исследуется статистический метод классификации многомерных наблюдений – кластерный анализ. В частности, в кластерном анализе рассматриваются иерархический агломеративный метод и метод  $k$ -средних. В данной работе методы кластерного анализа применены для классификации районов Гродненской области по социально-экономическим показателям. На основании результатов кластеризации сформулированы практические выводы. Результаты исследования обоснованы и представлены в наглядном графическом виде.

**Ключевые слова:** классификация, кластерный анализ, иерархический агломеративный метод, метод  $k$ -средних, дисперсионный анализ.

**Введение.** Кластерный анализ является одним из ключевых инструментов в области анализа данных. Он позволяет группировать объекты на основе их сходства и выявлять скрытые структуры в данных. Кластерный анализ находит широкое применение в различных областях, таких как биология, медицина, социология, экономика и технологии.

Методы кластерного анализа используются для группировки объектов на основе их сходства в кластеры. Иерархический кластерный анализ и метод  $k$ -средних являются наиболее распространенными методами кластерного анализа.

Иерархический кластерный анализ позволяет группировать объекты на основе их сходства в древовидную структуру – дендрограмму. Этот метод может быть агломеративным или дивизионным. На первом шаге агломеративного метода каждый объект является отдельным кластером, а затем объединяется с другими кластерами на основе их сходства. На первом шаге дивизионного метода все объекты составляют один кластер, а затем разделяются на подмножества на основе их различий.

Метод  $k$ -средних группирует объекты на основе их сходства в  $k$  кластеров. Каждый кластер представляет собой среднее значение всех объектов в этом кластере. Начальное разбиение объектов на кластеры выбирается случайным образом, а затем объекты перемещаются между кластерами для улучшения точности кластеризации.

Применение методов кластерного анализа широко распространено в различных областях. Например, в биологии кластерный анализ используется для классификации генов и выявления групп генов схожих функций. В медицине он может быть использован для классификации пациентов по типу заболевания или риску развития заболевания. В экономике кластерный анализ может быть использован для выявления групп потребителей схожих предпочтений или для классификации рынков. В технологиях кластерный анализ может быть использован для классификации пользователей по их поведению на сайте или в приложении.

Важность методов кластерного анализа заключается в том, что они позволяют улучшить точность анализа данных и принятия решений. Кластерный анализ помогает выявлять скрытые структуры в данных, что может привести к новым открытиям и пониманию явлений. Он также может помочь в разработке более эффективных стратегий маркетинга и управления ресурсами. В целом, методы кластерного анализа являются важным инструментом для исследования данных и принятия обоснованных решений в различных областях.

**Классификация районов гродненской области.** Рассмотрим методику проведения кластерного анализа на примере классификации семнадцати районов Гродненской области по следующим социально-экономическим показателям, взятым из статистического ежегодника Гродненской области 2022 года:

- численность населения (ЧН);
- численность населения по основным возрастным группам в общей численности населения (ЧНМТВ – численность населения моложе трудоспособного возраста; ЧНТВ – численность населения трудоспособного возраста; ЧНСТВ – численность населения старше трудоспособного возраста);
- браки на 1000 человек населения (Б/1000);
- разводы на 1000 человек населения (Р/1000);
- занятое население (ЗН);
- уровень зарегистрированной безработицы (БЗ);
- соотношение принятых и уволенных работников (ПУР);
- число учреждений общего среднего образования (ЧУСО);
- число учреждений дошкольного образования (ЧУДО);
- обеспеченность населения практикующими врачами (ОНВ);
- обеспеченность населения средними медицинскими работниками (ОСМР);
- номинальная начисленная среднемесячная заработная плата работников (ННЗ);
- обеспеченность населения жильем (ОЖ).

Численность населения приведена по итогам переписей населения и текущих оценок.

При расчете относительных показателей к трудоспособному населению отнесены мужчины и женщины в возрасте от 16 лет до общеустановленного пенсионного возраста.

Сведения о браках разрабатываются на основании данных, которые содержатся в записях актов о заключении брака, составляемых органами, регистрирующим акты гражданского состояния.

Общий коэффициент брачности – отношение числа заключенных браков в течение календарного года к среднегодовой численности населения. Показывает число браков, приходящихся на 1000 человек населения, и выражается в промилле.

Официальная статистическая информация о разводах формируется из данных, имеющих в учетных карточках сведений о расторгающих брак, заполняемых в судебных органах, а также из данных, содержащихся в записях актов о расторжении брака, составляемых органами, регистрирующими акты гражданского состояния.

Общий коэффициент разводимости – отношение числа расторгнутых браков в течение календарного года к среднегодовой численности населения. Показывает число разводов, приходящихся на 1000 человек населения, и выражается в промилле.

Население, занятое в экономике (занятое население) – лица, осуществляющие деятельность, связанную с производством товаров или оказанием услуг за вознаграждение или оплату в натуральном выражении, либо для получения прибыли (дохода).

Уровень зарегистрированной безработицы – отношение численности безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, к численности рабочей силы (занятые и безработные, зарегистрированные в органах по труду, занятости и социальной защите).

В численность работников, принятых на работу, включаются лица, зачисленные в отчетном периоде в организацию приказом (распоряжением) нанимателя о приеме на работу.

В численность уволенных работников включаются все работники, оставившие работу в организации, независимо от оснований прекращения трудового договора (соглашение сторон, истечение срока действия срочного трудового договора, расторжение трудового договора по желанию или по требованию работника, или по инициативе нанимателя, перевод работника с его письменного согласия к другому нанимателю или переход на выборную должность служащего, обстоятельства, не зависящие от воли сторон, и другие), увольнение которых оформлено приказом (распоряжением).

К учреждениям дошкольного образования относятся: ясли, ясли-сады, детские сады, санаторные ясли-сады, санаторные детские сады, дошкольные центры развития ребенка, а также иные учреждения образования, реализующие образовательную программу дошкольного образования, образовательную программу специального образования на уровне дошкольного образования и образовательную программу специального образования на уровне дошкольного образования для лиц с интеллектуальной недостаточностью, иные организации, которым в соответствии с законодательством предоставлено право осуществлять образовательную деятельность, реализующие образовательную программу дошкольного образования.

К учреждениям общего среднего образования относятся: начальные школы, базовые школы, средние школы, вечерние школы, гимназии, гимназии-интернаты, лицеи, специализированные лицеи, суворовские училища, кадетские училища, школы-интернаты для детей-сирот и детей, оставшихся без попечения родителей, санаторные школы-интернаты, учебно-педагогические комплексы, а также иные учреждения образования, реализующие образовательные программы общего среднего образования, образовательную программу специального образования на уровне общего среднего образования и образовательную программу специального образования на уровне общего среднего образования для лиц с интеллектуальной недостаточностью.

Численность практикующих врачей – численность врачей-специалистов, непосредственно осуществляющих оказание медицинской помощи населению. Данные о практикующих врачах с 2015 года скорректированы с учетом изменения Министерством здравоохранения Республики Беларусь методологии расчета численности практикующих врачей в соответствии с международными рекомендациями.

Численность средних медицинских работников – численность лиц, имеющих среднее специальное медицинское образование по специальностям профиля образования «Здравоохранение», для которых полученное образование является обязательным условием для занятия должности, работающих и занимающих должности специалистов со средним специальным медицинским образованием, как в стационарных, так и амбулаторно-поликлинических подразделениях государственной организации, оказывающей медицинскую помощь

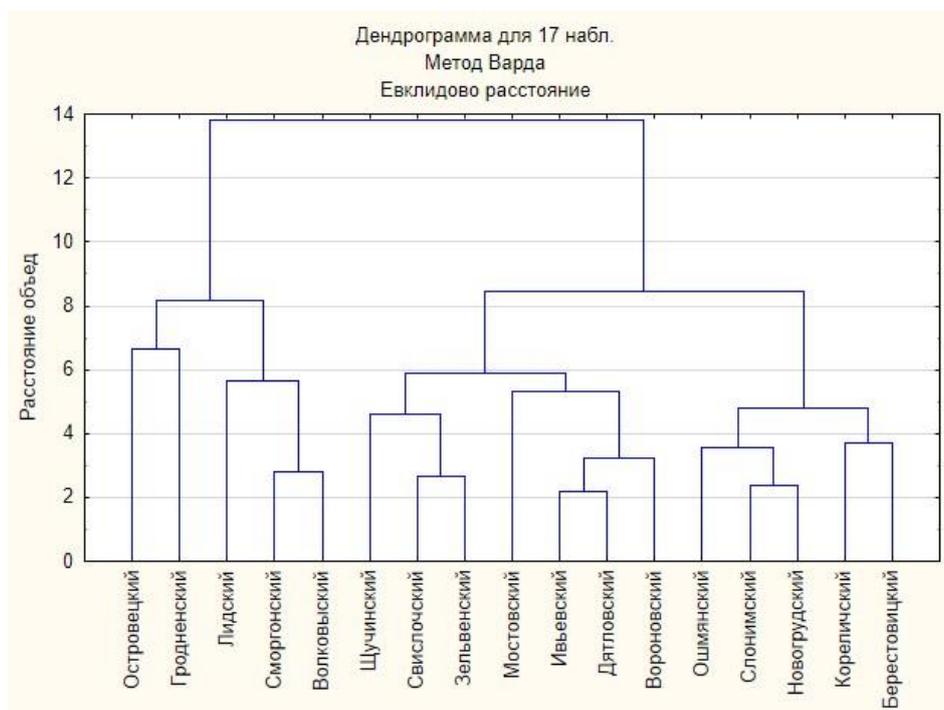
Номинальная начисленная среднемесячная заработная плата – отношение начисленного фонда заработной платы, включая подоходный налог и обязательный страховой взнос работника, к среднесписочной численности работников, принимаемой для исчисления средней заработной платы, и к количеству месяцев в периоде.

Общая площадь жилого помещения – сумма жилой площади и площади пола подсобных помещений, кроме площади пола балконов, лоджий, террас и неотапливаемых (холодных) помещений.

Предварительно нормируем исходные данные в целях устранения различий в единицах измерения показателей. Стандартизация данных представляет собой этап их переработки с целью приведения к определенному формату и представлению, которые обеспечивают их корректное применение в многомерном анализе.

Проведем классификацию используя прикладной пакет STATISTICA [1].

В первую очередь используем иерархический агломеративный метод. Кластеризацию проведем методом Варда с использованием евклидова расстояния. Результатом данного метода является вертикальная древовидная диаграмма, представленная на рисунке 1, на которой по оси абсцисс находятся наблюдения, а по оси ординат – расстояния.



**Рисунок 1 – Вертикальная древовидная диаграмма (дендрограмма)**

Диаграмма иллюстрирует наличие трех кластеров. Элементы кластеров перечислены в таблице 1.

**Таблица 1 – Результат кластеризации**

Кластер 1	Кластер 2	Кластер 3
Островецкий	Щучинский	Ошмянский
Гродненский	Свислочский	Слонимский
Лидский	Зельвенский	Новогрудский
Сморгонский	Мостовский	Кореличский
Волковысский	Ивьевский	Берестовицкий
	Дятловский	
	Вороновский	

Для проведения сравнительного анализа нас интересует сопоставление описательных статистических характеристик кластеров [2; 3]. Определим их для каждого из кластеров, используя исходные ненормированные данные. Результаты представлены на рисунках 2-4.

Переменная	Описательные статистики		
	Среднее	Минимум	Максим.
Численность населения	65485,80	28802,00	133910,0
Население в возрасте моложе трудоспособного	18,62	17,50	19,2
Население в возрасте моложе трудоспособного	57,08	54,40	60,2
Население в возрасте старше трудоспособного	24,30	21,00	28,1
Число браков на 1000 человек населения	6,26	5,30	7,6
Число разводов на 1000 человек населения	3,32	2,60	3,9
Занятое население	6,44	2,90	12,2
Уровень зарегистрированной безработицы	0,16	0,10	0,2
Соотношение принятых и уволенных работников	93,82	89,70	102,8
Число учреждений дошкольного образования	26,60	18,00	51,0
Число учреждений общего среднего образования	23,20	17,00	35,0
Обеспеченность населения практикующими врачами	50,06	30,40	73,1
Обеспеченность населения средними медицинскими работниками	123,54	101,10	148,2
Номинальная начисленная среднемесячная заработная плата	1255,50	1105,10	1565,3
Обеспеченность населения жильем	40,86	35,90	47,6

**Рисунок 2 – Описательные статистики для 1-го кластера**

Переменная	Описательные статистики		
	Среднее	Минимум	Максим.
Численность населения	22051,71	13682,00	33666,00
Население в возрасте моложе трудоспособного	15,79	13,90	17,80
Население в возрасте моложе трудоспособного	52,39	48,60	55,10
Население в возрасте старше трудоспособного	31,83	27,10	37,50
Число браков на 1000 человек населения	5,24	4,40	5,90
Число разводов на 1000 человек населения	2,94	2,00	4,10
Занятое население	2,13	1,30	3,40
Уровень зарегистрированной безработицы	0,10	0,10	0,10
Соотношение принятых и уволенных работников	89,77	84,80	93,90
Число учреждений дошкольного образования	14,43	9,00	19,00
Число учреждений общего среднего образования	14,43	11,00	18,00
Обеспеченность населения практикующими врачами	39,57	32,90	47,40
Обеспеченность населения средними медицинскими работниками	130,17	109,90	147,40
Номинальная начисленная среднемесячная заработная плата	898,71	1,09	1135,60
Обеспеченность населения жильем	54,41	46,70	60,70

**Рисунок 3 – Описательные статистики для 2-го кластера**

Переменная	Описательные статистики		
	Среднее	Минимум	Максим.
Численность населения	33466,00	14883,00	62046,00
Население в возрасте моложе трудоспособного	17,16	13,80	20,40
Население в возрасте моложе трудоспособного	55,22	52,80	56,70
Население в возрасте старше трудоспособного	27,62	22,90	33,40
Число браков на 1000 человек населения	5,38	5,20	5,70
Число разводов на 1000 человек населения	3,16	2,80	3,60
Занятое население	3,12	1,50	5,40
Уровень зарегистрированной безработицы	0,09	0,05	0,10
Соотношение принятых и уволенных работников	90,30	86,60	98,50
Число учреждений дошкольного образования	17,00	10,00	27,00
Число учреждений общего среднего образования	16,00	11,00	23,00
Обеспеченность населения практикующими врачами	31,40	25,70	35,90
Обеспеченность населения средними медицинскими работниками	99,60	86,50	117,70
Номинальная начисленная среднемесячная заработная плата	1094,36	1017,70	1171,20
Обеспеченность населения жильем	40,56	38,50	43,30

**Рисунок 4 – Описательные статистики для 3-го кластера**

С помощью данного анализа можно увидеть средние значения переменных в каждом кластере, а также минимальное и максимальное значения по каждой переменной в соответствующем кластере.

Первый кластер включает районы с высокой численностью населения, высоким уровнем занятости, высоким уровнем образования, высоким уровнем здравоохранения и высоким уровнем заработной платы. На основании средних показателей браков и разводов можно сделать вывод, что данный кластер имеет более стабильные отношения между людьми, что может быть связано с высоким уровнем занятости и обеспеченности жильем. Средние показатели здравоохранения могут указывать на то, что данный кластер имеет более доступную и качественную медицинскую помощь, что также может быть связано с более высоким уровнем жизни. Эти районы могут быть характеризованы как наиболее развитые и процветающие в Гродненской области.

Второй кластер включает районы с низкой численностью населения, высокой безработицей, низкой заработной платой и низким уровнем образования. На основании средних показателей браков и разводов можно сделать вывод, что данный кластер, с высокой безработицей и низкой обеспеченностью жильем, может испытывать большие социальные проблемы, включая проблемы в личных отношениях. Эти районы могут быть характеризованы как наиболее отсталые и нуждающиеся в поддержке со стороны правительства и местных органов власти.

Третий кластер включает районы с средними показателями по всем параметрам. Эти районы могут быть характеризованы как среднеразвитые и имеющие потенциал для дальнейшего развития при правильной стратегии.

Анализ результатов позволяет сделать несколько выводов. Во-первых, различные районы Гродненской области имеют различные социально-экономические характеристики. Во-вторых, проведение кластерного анализа позволяет выделить группы районов схожих по социально-экономическим показателям, что может быть полезно для определения стратегии развития региона. В-третьих, анализ результатов может помочь правительству и местным органам власти определить приоритеты в распределении бюджетных средств и разработке программ социально-экономического развития.

Таким образом, проведение кластерного анализа районов Гродненской области по социально-экономическим показателям является важным инструментом для определения характеристик региона и выделения групп районов схожих по социально-экономическим показателям. Это может помочь правительству и местным органам власти определить

приоритеты в распределении бюджетных средств и разработке программ социально-экономического развития.

Рассмотрим пример кластеризации методом  $k$ -средних. Данный метод существенно отличается от иерархических агломеративных методов. Алгоритм строит  $k$  кластеров, расположенных на возможно больших расстояниях друг от друга.

Зададим число кластеров равное трем. Для начального определения центров кластеров выберем метод сортировки расстояний и выбора наблюдений на постоянных интервалах. В итоге получаем кластеры, представленные на рисунках 5-7.

	объедин.
Волковыский	0,460246
Гродненский	0,956493
Лидский	1,263169
Островецкий	1,227381
Слонимский	0,645687
Сморгонский	0,783772

**Рисунок 5 – Кластер 1**

	объедин.
Берестовицкий	0,642952
Вороновский	0,629822
Ивьевский	0,584700
Новогрудский	0,423475
Ошмянский	0,626821

**Рисунок 6 – Кластер 2**

	объедин.
Дятловский	0,465659
Зельвенский	0,404195
Кореличский	0,660726
Мостовский	0,852692
Свислочский	0,715990
Щучинский	0,694508

**Рисунок 7 – Кластер 3**

В таблице, изображенной на рисунке 8, приведены расстояния между кластерами. Можно сделать вывод, что наибольшее расстояние между первым и третьим кластером (евклидово расстояние равно 1,32), районы, входящие в эти кластеры, значительно отличаются. Наименьшее расстояние между вторым и третьим кластером (евклидово расстояние равно 0,76), то есть районы, входящие в эти кластеры, наиболее схожи.

Кластер Номер	Но. 1	Но. 2	Но. 3
Но. 1	0,000000	0,979981	1,756741
Но. 2	0,989940	0,000000	0,582240
Но. 3	1,325421	0,763046	0,000000

**Рисунок 8 – Таблица расстояний между кластерами**

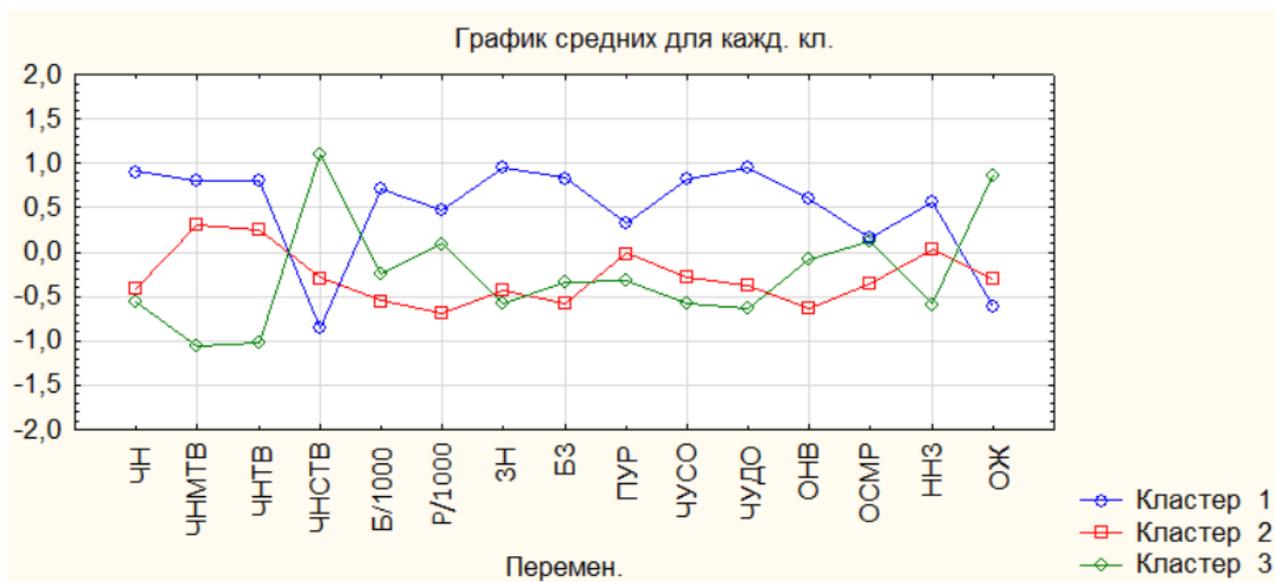
Индикатором того, насколько хорошо проведена классификация является метод дисперсионного анализа, который тестирует нулевую гипотезу о равенстве средних значений показателей по кластерам [4].

На рисунке 9 представлена таблица результатов дисперсионного анализа. Анализируя уровни значимости для  $F$ -статистики, делаем заключение, что проведенная методом  $k$ -средних классификация эффективна по всем переменным кроме ПУР и ОСМР. Можно сделать вывод, что различия между группами по этим переменным не являются статистически значимыми и могут быть обусловлены случайными факторами.

перемен.	Дисперсионный анализ					
	Между SS	сс	Внутри SS	сс	F	значим. р
ЧН	7,65118	2	8,34882	14	6,41507	0,010533
ЧНМТВ	11,01438	2	4,98562	14	15,46462	0,000285
ЧНТВ	10,51872	2	5,48128	14	13,43319	0,000554
ЧНСТВ	11,90478	2	4,09522	14	20,34895	0,000072
Б/1000	4,91129	2	11,08871	14	3,10036	0,076794
Р/1000	3,77854	2	12,22146	14	2,16420	0,151713
ЗН	8,30854	2	7,69146	14	7,56160	0,005932
БЗ	6,56327	2	9,43674	14	4,86851	0,024826
ПУР	1,23719	2	14,76281	14	0,58663	0,569303
ЧУСО	6,43070	2	9,56930	14	4,70409	0,027373
ЧУДО	8,50225	2	7,49775	14	7,93781	0,004962
ОНВ	4,20588	2	11,79412	14	2,49626	0,118255
ОСМР	0,88509	2	15,11491	14	0,40990	0,671429
ННЗ	3,97853	2	12,02147	14	2,31666	0,135165
ОЖ	7,26495	2	8,73504	14	5,82191	0,014455

**Рисунок 9 – Дисперсионный анализ**

На рисунке 10 изображён график средних значений переменных для каждого кластера. На оси абсцисс отмечены переменные, по которым проводилась классификация, на оси ординат – средние значения переменных в разрезе получаемых кластеров.



**Рисунок 10 – Линейный график средних значений переменных для каждого кластера**

Нас интересует третий кластер, в который входит Гродненский район. Из представленных данных можно сделать вывод о том, что кластер с Гродненским районом имеет наибольшую численность. Высокий уровень населения в трудоспособном возрасте и высокий уровень занятости говорят о потенциале данного региона в экономическом развитии.

Самый высокий уровень населения в возрасте моложе трудоспособного указывает на необходимость разработки мер по повышению качества образования и созданию условий для роста молодежного предпринимательства.

Высокий уровень браков и разводов свидетельствует о необходимости проведения работы по укреплению семейных ценностей и созданию условий для стабильности семейных отношений.

Низкий уровень обеспечения жильем является одной из главных проблем данного региона. Для ее решения необходимо разработать программы по строительству жилья и улучшению жилищных условий.

Высокий уровень здравоохранения указывает на то, что в данном регионе существует хорошо развитая система медицинского обслуживания населения.

В целом, для развития данного кластера необходимо уделить внимание экономическому развитию региона. Необходимо также разработать комплексные программы по повышению качества жизни населения, созданию благоприятных условий для предпринимательства и инвестиций, а также улучшению инфраструктуры и обеспечению жильем.

**Заключение.** В данной работе был рассмотрен такой метод классификации многомерных наблюдений как кластерный анализ. В частности, в кластерном анализе были применены два метода: иерархический агломеративный метод и метод  $k$ -средних. Была проведена классификация районов Гродненской области по социально-экономическим показателям.

В результате проведения кластеризации оптимальной была признана классификация, выделяющая три однородных кластера. Дисперсионный анализ показал, что классификация эффективна по всем переменным.

#### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Тюрин, Ю.Н. Анализ данных на компьютере / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров. – М.: ИНФРА-М: Финансы и статистика, 1995. – 384 с.
2. Матальцкий, М. А. Теория вероятностей в примерах и задачах / М. А. Матальцкий, Т. В. Романюк. – Гродно: ГрГУ, 2002. – 247 с.
3. Матальцкий М. А. Теория вероятностей и математическая статистика / М. А. Матальцкий, Т. В. Русилко // Гродно: ГрГУ, 2007. – 219 с.
4. Хацкевич, Г. А. Эконометрика: учебник / Г. А. Хацкевич, Т. В. Русилко. – Минск: РИВШ, 2021. – 452 с.

---

---

**ХІІІ Республіканская навуцна-практычная канферэнцыя-канкурс  
навуцна-даследацельскіх работ учасніцых сярэдніх,  
сярэдніх спецыяльных учебных заведзеній і студэнтаў вузаў  
«От Альфа к Омэге...»  
Секцыя 2. Прыкладная матэматыка  
СТАТЬІ СТУДЭНТАЎ**

---

---

**ВЫЧИСЛЕНИЕ РАНГА НЕКОТОРЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ**

**Сербул Максим Артемьевич**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,  
факультет математики и информатики, 3 курс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Ю. М. Вувуникян, профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», доктор физико-математических наук, профессор.

В статье исследуются эллиптические кривые над полем рациональных чисел. Во введении приведены основные сведения о группе рациональных точек эллиптических кривых. В основной части, с помощью метода спуска вычислены ранги некоторых эллиптических кривых.

**Ключевые слова:** эллиптические кривые, метод спуска, теорема Морделла-Вейля.

**Введение.** Эллиптической кривой называется неособая кубическая кривая на проективной плоскости с коэффициентами в некотором поле. В данной статье рассматриваются только кривые над полем  $\mathbb{Q}$ , а любая такая кривая может быть приведена к виду

$$Y^2Z = X^3 + aXZ^2 + bZ^3, \quad (1)$$

либо, соответственно, в аффинных координатах

$$y^2 = x^3 + ax + b. \quad (2)$$

Известно [1], что рациональные точки на эллиптической кривой  $E$  образуют абелеву группу, обозначаемую обычно  $E(\mathbb{Q})$ . Более того, согласно теореме Морделла-Вейля, эта группа является конечно порождённой, то есть

$$E(\mathbb{Q}) = \mathbb{Z}^r \times E_{tors}(\mathbb{Q}),$$

где через  $E_{tors}(\mathbb{Q})$  обозначена группа точек конечного порядка, через  $r$  – ранг. Для нахождения группы  $E_{tors}(\mathbb{Q})$  можно воспользоваться теоремой Лутц-Нагелля, которая утверждает [2], что если точка  $P(x_p, y_p)$  является точкой конечного порядка, то  $x_p \in \mathbb{Z}$ ,  $y_p \in \mathbb{Z}$  и либо  $y_p = 0$ , либо  $y_p \mid D$ , где  $D = -4a^3 - 27b^2$  – дискриминант кривой. Поэтому главным вопросом в вычислении группы рациональных точек является определение ранга.

**Основная часть.** Рассмотрим эллиптическую кривую  $E$ , заданную уравнением

$$y^2 = x^3 + a.$$

Для вычисления ранга кривой  $E$  будем пользоваться методом спуска. Суть этого метода состоит в следующем [3]. Для кривой  $E$  существует эллиптическая кривая  $\bar{E}$ , заданная уравнением

$$\eta^2 = \xi^3 - 27a,$$

и изогении  $\varphi: E \rightarrow \bar{E}$ ,  $\bar{\varphi}: \bar{E} \rightarrow E$ ,

$$\varphi(x, y) = \left( \frac{y^2 + 3a}{x^2}, \frac{y(y^2 - 9a)}{x^3} \right),$$

$$\bar{\varphi}(\xi, \eta) = \left( \frac{\eta^2 - 81a}{9\xi^2}, \frac{\eta(\eta^2 + 243a)}{27\xi^3} \right).$$

Можно показать, что

$$\bar{\varphi}(\varphi(P)) = 3P,$$

$$\varphi(\bar{\varphi}(\bar{P})) = 3\bar{P}.$$

Отсюда следует, что последовательность

$$0 \rightarrow \frac{\ker \bar{\varphi} \cap \bar{E}(\mathbb{Q})}{\ker \bar{\varphi} \cap \varphi(E(\mathbb{Q}))} \rightarrow \frac{\bar{E}(\mathbb{Q})}{\varphi(E(\mathbb{Q}))} \rightarrow \frac{E(\mathbb{Q})}{3E(\mathbb{Q})} \rightarrow \frac{E(\mathbb{Q})}{\bar{\varphi}(E(\mathbb{Q}))} \rightarrow 0$$

точна. Это уже позволяет вычислить ранг, основную сложность представляет вычисление индексов  $[E(\mathbb{Q}) : \bar{\varphi}(\bar{E}(\mathbb{Q}))]$  и  $[\bar{E}(\mathbb{Q}) : \varphi(E(\mathbb{Q}))]$ . Вычисление  $[E(\mathbb{Q}) : \bar{\varphi}(\bar{E}(\mathbb{Q}))]$  проводят следующим образом. Рассмотрим отображение  $\delta : E(\mathbb{Q}) \rightarrow \mathbb{Q}(\sqrt{a})^\times / \mathbb{Q}(\sqrt{a})^{\times 3}$ , заданное следующим образом:

$$\delta(P) = \begin{cases} \mathbb{Q}(\sqrt{a})^{\times 3}, & P = O \\ (y + \sqrt{a})\mathbb{Q}(\sqrt{a})^{\times 3}, & P = (x, y) \\ 4a\mathbb{Q}(\sqrt{a})^{\times 3}, & P = (-\sqrt{a}, 0) \end{cases}$$

причём последний случай необходим только в случае  $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$  (в противном случае, точка  $(-\sqrt{a}, 0)$  не принадлежит области определения  $\delta$ ). Оказывается, что, во-первых,  $\delta$  – гомоморфизм, а во-вторых – ядро  $\delta$  есть  $\bar{\varphi}(\bar{E}(\mathbb{Q}))$ . Таким образом, получаем вложение

$$E(\mathbb{Q}) / \bar{\varphi}(\bar{E}(\mathbb{Q})) \rightarrow \mathbb{Q}(\sqrt{a})^\times / \mathbb{Q}(\sqrt{a})^{\times 3}.$$

Следовательно,

$$[E(\mathbb{Q}) : \bar{\varphi}(\bar{E}(\mathbb{Q}))] = |\text{Im } \delta|.$$

Для  $[\bar{E}(\mathbb{Q}) : \varphi(E(\mathbb{Q}))]$  аналогично получается

$$[\bar{E}(\mathbb{Q}) : \varphi(E(\mathbb{Q}))] = |\text{Im } \bar{\delta}|,$$

где

$$\bar{\delta}(\bar{P}) = \begin{cases} \mathbb{Q}(\sqrt{-3a})^{\times 3}, & \bar{P} = \bar{O} \\ (\eta + 3\sqrt{-3a})\mathbb{Q}(\sqrt{-3a})^{\times 3}, & \bar{P} = (\xi, \eta) \\ 4a\mathbb{Q}(\sqrt{-3a})^{\times 3}, & \bar{P} = (-3\sqrt{-3a}, 0) \end{cases}$$

и последний случай рассматривается только если  $\sqrt{-3a} \in \mathbb{Q}$ .

Применим теперь описанный метод для вычисления ранга кривой  $E$  при  $a = -2$  и  $a = 7$ , но для начала заметим, что если  $(x, y) \in E$ , то  $(x, y) = \left(\frac{u}{w^2}, \frac{v}{w^3}\right)$ , для некоторых целых  $u, v$  и натурального  $w$ ,  $(u, w) = (v, w) = 1$  (и аналогично  $(\xi, \eta) = \left(\frac{\bar{u}}{\bar{w}^2}, \frac{\bar{v}}{\bar{w}^3}\right)$ ,  $(\bar{u}, \bar{w}) = (\bar{v}, \bar{w}) = 1$ ).

Начнём со случая, когда  $a = -2$ , то есть  $E: y^2 = x^3 - 2$ ,  $\bar{E}: \eta^2 = \xi^3 + 54$ . Найдём  $\text{Im } \delta$ . Пусть  $\left(\frac{u}{w^2}, \frac{v}{w^3}\right) \in E$ . Тогда  $(u + w^3\sqrt{-2})(u - w^3\sqrt{-2}) = v^3$ . Пусть  $I = (u + w^3\sqrt{-2}, u - w^3\sqrt{-2})$ , тогда  $2u \in I$ ,  $2w^3\sqrt{-2} \in I$ , откуда, в силу  $(u, w) = 1$ , имеем  $2\sqrt{-2} \in I$ . Другими словами, если  $(u + w^3\sqrt{-2})$  и  $(u - w^3\sqrt{-2})$  не взаимно просты, то общим делителем может быть только  $(\sqrt{-2})$  в некоторой степени. Следовательно,  $(u + w^3\sqrt{-2}) = (\sqrt{-2})^\alpha A^3$ , где  $\alpha \in \{0, 1, 2\}$ ,  $A$  – некоторый идеал кольца  $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$ . Беря нормы обеих сторон последнего равенства, получаем  $v^3 = 2^\alpha N(A)^3$ , откуда  $\alpha = 0$ , то есть  $(u + w^3\sqrt{-2}) = A^3$ . Учитывая, что  $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$  есть кольцо главных идеалов (здесь и далее информация о группе классов идеалов и группе единиц колец целых для квадратичных расширений взята из [4]), а обратимы только  $\pm 1$ , получаем, что  $u + w^3\sqrt{-2} = (a + b\sqrt{-2})^3$ , то есть

$$\text{Im } \delta = \left\{ \mathbb{Q}(\sqrt{-2})^{\times 3} \right\}.$$

Теперь вычислим  $\text{Im } \bar{\delta}$ . Пусть  $\left(\frac{\bar{u}}{\bar{w}^2}, \frac{\bar{v}}{\bar{w}^3}\right) \in \bar{E}$ , то есть  $(\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{6})(\bar{u} - 3\bar{w}^3\sqrt{6}) = \bar{v}^3$ . Имеем:  $6\sqrt{6} \in (\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{6}, \bar{u} - 3\bar{w}^3\sqrt{6})$ , а так как  $(\sqrt{6}) = (2 - \sqrt{6})(3 - \sqrt{6})$ , то  $(\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{6}) = (2 - \sqrt{6})^\alpha (3 - \sqrt{6})^\beta A^3$ , для некоторого идеала  $A$  кольца  $\mathbb{Z}[\sqrt{6}]$ . Вычисление норм даёт  $\bar{v}^3 = -2^\alpha 3^\beta N(A)^3$ , откуда  $\alpha = \beta = 0$ . Значит  $(\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{6}) = A^3$ . Кольцо  $\mathbb{Z}[\sqrt{6}]$  является кольцом главных идеалов, но обратимыми элементами являются  $\pm(5 - 2\sqrt{6})^\gamma$ . Поэтому  $\text{Im } \bar{\delta} \subseteq \left\{ \mathbb{Q}(\sqrt{6})^{\times 3}, (5 - 2\sqrt{6})\mathbb{Q}(\sqrt{6})^{\times 3}, (5 - 2\sqrt{6})^2 \mathbb{Q}(\sqrt{6})^{\times 3} \right\}$ , но так как  $9^2 = 3^3 + 54$ , и  $9 + 3\sqrt{6} = (5 - 2\sqrt{6})(3 + \sqrt{6})^3$ , то

$$\text{Im } \bar{\delta} = \left\{ \mathbb{Q}(\sqrt{6})^{\times 3}, (5 - 2\sqrt{6})\mathbb{Q}(\sqrt{6})^{\times 3}, (5 - 2\sqrt{6})^2 \mathbb{Q}(\sqrt{6})^{\times 3} \right\}.$$

Таким образом,  $|\text{Im } \delta| = 1$ ,  $|\text{Im } \bar{\delta}| = 3$ , откуда следует, что ранг  $E(\mathbb{Q})$  равен 1.

Теперь будем применять вышеизложенный метод для эллиптической кривой  $E: y^2 = x^3 + 7$ . Тогда  $\bar{E}: \eta^2 = \xi^3 - 9 \cdot 21$ . Начнём с вычисления  $\text{Im } \delta$ . Как обычно, если  $\left(\frac{u}{w^2}, \frac{v}{w^3}\right) \in E$ , то  $(u + w^3\sqrt{7})(u - w^3\sqrt{7}) = v^3$ , и  $2\sqrt{7} \in (u + w^3\sqrt{7}, u - w^3\sqrt{7})$ . Но разложение  $(2\sqrt{7})$  в простые идеалы есть  $(\sqrt{7})(3 - \sqrt{7})^2$ . Поэтому рассуждение с вычислением норм даёт  $(u + w^3\sqrt{7}) = A^3$ , где  $A$  – идеал кольца  $\mathbb{Z}[\sqrt{7}]$ . Ввиду того, что это кольцо является кольцом главных идеалов, а обратимые элементы есть  $\pm(8 - 3\sqrt{7})^\gamma$  имеем:

$u + w^3\sqrt{7} = (8 - 3\sqrt{7})^\alpha (a + b\sqrt{7})^3$ , для некоторых целых  $a, b$ . Докажем теперь, что  $\alpha = 0$ . Действительно, пусть  $u + w^3\sqrt{7} = (8 - 3\sqrt{7})(a + b\sqrt{7})^3$ , при некоторых  $u, w, v, a, b$ . Тогда, раскрывая скобки в правой части и приравнявая коэффициент при  $\sqrt{7}$ , получаем  $w^3 = -3a^3 + 24a^2b - 63ab^2 + 56b^3$ . Однако рассматривая последнее однородное уравнение в остатках по модулю 9, можно убедиться, что  $3|a, 3|b$  и  $3|w$ . Это значит, что это уравнение не имеет нетривиальных решений. Следовательно, невозможен случай  $\delta(P) \in (8 - 3\sqrt{7})\mathbb{Q}(\sqrt{7})^{\times 3}$ . Значит, невозможен и случай  $\delta(P) \in (8 - 3\sqrt{7})^2\mathbb{Q}(\sqrt{7})^{\times 3}$ , ибо тогда  $\delta(2P) \in (8 - 3\sqrt{7})\mathbb{Q}(\sqrt{7})^{\times 3}$ , невозможность чего мы только что доказали. Следовательно,

$$\text{Im } \delta = \left\{ \mathbb{Q}(\sqrt{7})^{\times 3} \right\}.$$

Теперь вычисляем  $\text{Im } \bar{\delta}$ . Имеем:  $\left( \frac{\bar{u}}{\bar{w}^2}, \frac{\bar{v}}{\bar{w}^3} \right) \in \bar{E}$ ,  $(\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{-21})(\bar{u} - 3\bar{w}^3\sqrt{-21}) = \bar{v}^3$ ,  $6\sqrt{-21} \in (\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{-21}, \bar{u} - 3\bar{w}^3\sqrt{-21})$ . Разложение  $(6\sqrt{-21})$  в простые идеалы есть  $(2, 1 + \sqrt{-21})^2 (3, \sqrt{-21})^3 (7, \sqrt{-21})$ , и нормы простых сомножителей есть соответственно 2, 3, 7. Снова применяя рассуждение с вычислением норм, получаем  $(\bar{u} + 3\bar{w}^3\sqrt{-21}) = A^3$ , где  $A$  – идеал в кольце  $\mathbb{Z}[\sqrt{-21}]$ . Это кольцо не является кольцом главных идеалов, но число классов равно 4, следовательно, группа классов идеалов не имеет элемента порядка 3. Поэтому, в силу того, что идеал  $A^3$  – главный, получаем, что  $A$  – тоже главный идеал. Учитывая, что обратимыми элементами кольца  $\mathbb{Z}[\sqrt{-21}]$  являются  $\pm 1$ , получаем, что

$$\text{Im } \bar{\delta} = \left\{ \mathbb{Q}(\sqrt{-21})^{\times 3} \right\}.$$

В итоге,  $|\text{Im } \delta| = |\text{Im } \bar{\delta}| = 1$ , откуда следует, что ранг  $y^2 = x^3 + 7$  равен 0.

**Заключение.** В статье изложены основные сведения о группе рациональных точек на эллиптической кривой, вычислены ранги кривых  $y^2 = x^3 - 2$  и  $y^2 = x^3 + 7$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнепп, Э. Эллиптические кривые / Э. Кнепп. – М.: «Факториал Пресс», 2004. – 488 с.
2. Silverman, J. H. Rational points on elliptic curves / J. H. Silverman, T. T. Tate. – Springer, 2015. – 332 p.
3. Top, J. Descent by 3-isogeny and the 3-rank of quadratic fields / J. Top. // Advances in number theory. – 1991. – pp. 303 – 317.
4. Keng, H. L. Introducing to Number Theory / H. L. Keng. – Springer-Verlag, 1982. – 572 p.

---

---

**ХІІІ Рэспубліканская навука-практычная канферэнцыя-конкурс  
навука-даследавальскіх работ учащихся сярэдніх,  
сярэдніх спецыяльных учебных заведений і студэнтаў вузав**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секцыя 2. Прикладная матэматыка

**СТАТЬІ СТУДЭНТАВ**

---

---

**РАСПРАЦОЎКА ЗАДАЧ ДЛІ ЗНАХОДЖАННЯ ЭКСТРЭМУМУ ФУНКЦЫІ ТРОХ  
ЗМЕННЫХ**

**Халді Сабрын Алаеўна**

*УА «Гродзенскі дзяржаўны ўніверсітэт імя Янкі Купалы»,*

*Факультэт матэматыкі і інфарматыкі, 1 курс,*

*Гродна, Беларусь*

Навуковы кіраўнік – Сяцько А. А., дацэнт кафедры фундаментальнай і прыкладной матэматыкі УА «Гродзенскі дзяржаўны ўніверсітэт імя Янкі Купалы», кандыдат фізіка-матэматычных навук.

У артыкулы даследуецца задача распрацоўкі праграмага забеспячэння для генерацыі тыпавых задач па знаходжанні экстрэмуму функцыі трох зменных. Прыводзіцца прыклад рашэння задачы па знаходжанні экстрэмуму функцыі трох зменных, падрабязна разглядаецца магчымасць яго адлюстравання ў праграмным кодзе з дапамогай мовы праграмавання C++.

**Ключавыя словы:** экстрэмум функцыі трох зменных, мова праграмавання C++, тыпавыя задачы.

**Уводзіны.** Распрацоўка тыпавых задач з дапамогай праграмага забеспячэння пазбаўляе выкладчыка ад цяжкай аднастайнай працы па падборы заданняў і адказаў да іх уручную, вызваляе яго час і здольнасць работаць над болей крэатыўнымі задачамі і падыходамі, а таму з'яўляецца памыснай у выкладчыцкай практыцы. Амаль любое заданне лёгкага і сярэдняга ўзроўню можа быць тыпавана змяненнем лікавай складальнай. Да такіх заданняў можна аднесці задачу, якая будзе разгледжана ў гэтым артыкулы.

**Асноўная частка.** Тыпавыя задачы па знаходжанні экстрэмуму функцыі маюць строгі алгарытм, які можа цяпець змяненні толькі ў залежнасці ад значэнняў каэфіцыентаў зыходнага раўнання функцыі.

*Задача.* Знайсці экстрэмуму функцыі

$$F(x, y, z) = az^3 - bx^2 - cy^2 - \frac{d}{2}z^2 + mx + ny + e.$$

Рашэнне.

Раздзелім задачу на два этапы: этап пабудовы матэматычнай маделі задачы і этап непасрэднай распрацоўкі праграмы.

I. Спачатку скарыстаем неабходную ўмову лакальнага экстрэмуму функцыі некалькіх зменных[1]. Для гэтага знойдзем частковыя вытворныя першага парадку па кожнай зменнай.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -2bx + m;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = -2cy + n;$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = 3az^2 - dz.$$

Для знаходжання стацыянарных пунктаў прыраўнаем вытворныя да нуля, складзём і вырашым сістэму з трох раўнанняў:

$$\begin{cases} -2bx + m = 0, \\ -2cy + n = 0, \\ z(3az - d) = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{m}{2b}, \\ y = \frac{n}{2c}, \\ \begin{cases} z = 0, \\ z = \frac{d}{3a}. \end{cases} \end{cases}$$

Атрыманыя стацыянарныя пункты і іх каардынаты маюць наступны выгляд:  
 $M_1(\frac{m}{2b}, \frac{n}{2c}, 0)$  і  $M_2(\frac{m}{2b}, \frac{n}{2c}, \frac{d}{3a})$ .

Складзём матрыцу Гесэ [1] для зыходнай функцыі (матрыцу частковых вытворных другога парадку):

$$\begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2c & 0 \\ 0 & 0 & 6az - d \end{pmatrix}.$$

Знойдзем усе вуглавыя міноры атрыманай матрыцы:

$$\Delta_1 = -2b, \Delta_2 = 4bc, \Delta_3 = 4bc(6az - d).$$

Цяпер звернемся да крытэрыя Сільвестра [2]. Для таго, каб функцыя мела мінімум, трэба, каб выконваліся наступныя ўмовы:  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$ ; для максімума:  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0$ .

Падвядзём вынікі і знойдзем неабходныя заканамернасці для існавання максімума і мінімуму.

Умовы, неабходныя для існавання максімума:

$$\begin{cases} -2b < 0, \\ 4bc > 0, \\ 4bc(6az - d) < 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0, \\ c > 0, \\ \begin{cases} d > 0 \text{ пры } z = 0, \\ d < 0 \text{ пры } z = \frac{d}{3a}; \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Умовы, неабходныя для існавання мінімуму:

$$\begin{cases} -2b > 0, \\ 4bc > 0, \\ 4bc(6az - d) > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0, \\ c < 0, \\ \begin{cases} d < 0 \text{ пры } z = 0, \\ d > 0 \text{ пры } z = \frac{d}{3a}; \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

Атрыманыя даныя скарыстаем у час распрацоўкі праграмнага забеспячэння.

II. Перад непасрэдным праграмаваннем распрацуем алгарытм, па якім будзе працаваць будучае забеспячэнне. Нашай мэтай з'яўляецца праграма, вывадам якой будуць ўмовы задач для студэнтаў і адказы да іх для выкладчыкаў. Значыць, трэба пачаць з генерацыі каэфіцыентаў.

Каб паменшыць колькасць зменных для генерацыі, прааналізуем даныя папярэдняга этапу. Для зручнасці вылічэнняў будзем разглядаць толькі цэлалікавыя значэнні каэфіцыентаў раўнання. Гледзячы на каардынаты стацыянарных пунктаў, робім вынік: каэфіцыенты  $m, n$  і  $d$  залежаць ад каэфіцыентаў  $b, c$  і  $a$  адпаведна. Значыць, кола генеруемых значэнняў можна паменшыць да чатырох:  $a, b, c$  і свабоднага каэфіцыента  $e$ . Нельга забываць таксама і пра

выключныя значэнні каэфіцыентаў: напрыклад, каэфіцыенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  не могуць прымаць нулявыя значэнні.

У выбранай мове праграмавання C++ для генерацыі лікавых значэнняў выкарыстоўваецца функцыя `rand()`. Наступны код генеруе значэнні з інтэрвалу  $[-10; 10]$ , які быў выбраны адвольна, а таксама правярае, ці не з'яўляецца згенераванае значэнне выключным (нулявым); у адваротным выпадку генеруе значэнне зноў, пакуль яно не будзе адрозным ад нуля.

```
do {
    a = (rand() % 21 - 10);
} while (a == 0);
do {
    b = (rand() % 21 - 10);
    c = (rand() % 21 - 10);
} while (b == 0 || c == 0 || (b < 0 && c > 0) || (b > 0 && c < 0));
```

На папярэднім этапе рашэння было высветлена, што для існавання экстрэмуму неабходна супадзенне знакаў у каэфіцыентаў  $b$  і  $c$ . Генерацыя функцый, якія не маюць экстрэмуму, не з'яўляецца рацыянальнай у межах рашэння разглядаемай задачы, таму у кодзе гэта адлюстравана выкарыстаннем умовы  $(b < 0 \ \&\& \ c > 0) \ || \ (b > 0 \ \&\& \ c < 0)$ .

Далей генеруем значэнні астатніх каэфіцыентаў. Яны складаюцца са згенераванага прамежкавага значэння з інтэрвалу  $[1; 10]$ , памножанага на адпаведны каэфіцыент і яго множнік: гэта неабходна для таго, каб каардынаты стацыянарных пунктаў прымалі цэлалікавыя значэнні.

```
int d = (rand() % 10 + 1) * 2 * 3 * a;
int m = (rand() % 10 + 1) * 2 * b;
int n = (rand() % 10 + 1) * 2 * c;
```

Свабодны каэфіцыент  $e$  генеруем з інтэрвалу  $[0; 999]$ , які быў выбраны адвольна.

```
int e = rand() % 1000;
```

Як было згадана раней, мэтай рашаемай задачы з'яўляецца вывад умоў заданняў для студэнтаў і адказаў для выкладчыкаў. Для зручнасці адкінем звычайны вывад у кансоль і скарыстаемся адной з магчымасцей мовы праграмавання C++ — вывадам у файл. Аформім вывад у два файлы: адзін будзе змяшчаць умовы задач, другі — як умовы задач, так і адказы на іх.

Створым дзве зменныя тыпу `ofstream` з адпаведнымі назвамі для нашай мэты. З іх дапамогай будзем запісваць інфармацыю ў файлы.

```
std::ofstream forStudents("forStudents.txt");
std::ofstream forTeachers("forTeachers.txt");
```

Прымем да ўвагі неабходнасць фарматавання вываду. Важна, каб умовы задач прымалі звычайны выгляд. Трэба, каб задача лёгка чыталася, не выклікала збянтэжанасці ў студэнта і складанасцей пры праверцы ў выкладчыка.

```
forStudents << (abs(a) == 1 ? (a > 0 ? "" : "-") : std::to_string(a)) << "z^3 " << (b < 0 ? "+ " :
"- ") << (abs(b) == 1 ? "" : (b < 0) ? std::to_string(abs(b)) : std::to_string(b)) << "x^2 " << (c < 0 ?
"+ " : "- ") << (abs(c) == 1 ? "" : (c < 0) ? std::to_string(abs(c)) : std::to_string(c)) << "y^2 " << (d <
0 ? "+ " : "- ") << ((d < 0) ? abs(d / 2) : d / 2) << "z^2 " << (b < 0 ? "- " : "+ ") << abs(m) << "x " <<
(c < 0 ? "- " : "+ ") << abs(n) << "y + " << e << "\n";
```

Вышэйпрыведзены радок пры выконванні праграмы запісвае ў файл `forStudents.txt` умову задачы ў выглядзе, набліжаным да звычайнага настолькі, наколькі гэта магчыма. Дапусцім, што пры выконванні генерацыі каэфіцыенты прынялі наступныя значэнні:  $a = 10$ ,  $b = -6$ ,  $c = -3$ ,  $d = 180$ ,  $m = -120$ ,  $n = -24$ ,  $e = 684$ . У гэтым выпадку ўмова задачы будзе запісана ў файл ў наступным выглядзе:

$$\langle F(x, y, z) = 10z^3 + 6x^2 + 3y^2 - 90z^2 - 120x - 24y + 684 \rangle.$$

Для фарматавання вываду выкарыстоўваліся тэрнарныя апэратары. Напрыклад, канструкцыя  $(abs(a) == 1 ? (a > 0 ? "" : "-") : std::to_string(a))$  правярае, ці не роўны каэфіцыент

$a$  аднаму па модулі, і карэктнае вывад у залежнасці ад рэзультатаў праверкі. Вядома, што калі каэфіцыент у выразе роўны аднаму, пры запісе ён апускаецца, як апускаецца і знак «+» перад першым каэфіцыентам выразу. Калі каэфіцыент  $a$  роўны аднаму па модулі, убудаваны тэрнарны апэратар ( $a > 0 ? "" : "-"$ ) правярае яго знак. Калі  $a > 0$ , нічога не будзе выведзена, у адваротным выпадку будзе выведзены знак мінуса. Калі каэфіцыент  $a$  не роўны аднаму па модулі, ён будзе выведзены без карэктроўкі.

Дапусцім, што пры выконванні генерацыі каэфіцыенты прынялі наступныя значэнні:  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 3$ ,  $d = 36$ ,  $m = 8$ ,  $n = 24$ ,  $e = 118$ . У гэтым выпадку ўмова задачы будзе запісана ў файл у наступным выглядзе:

$$\langle F(x, y, z) = z^3 - 2x^2 - 3y^2 - 18z^2 + 8x + 24y + 118 \rangle.$$

Усе астатнія выкарыстаныя тэрнарныя канструкцыі працуюць аналагічна.

Аформім вывад інфармацыі у файл для выкладчыкаў. З дапамогай даных, атрыманых на папярэднім этапе рашэння задачы, складзём наступныя радкі для вываду стацыянарных пунктаў і іх каардынаты:

```
forTeachers << "M1(" << m / (2 * b) << ", " << n / (2 * c) << ", 0)\n";
```

```
forTeachers << "M2(" << m / (2 * b) << ", " << n / (2 * c) << ", " << d / (3 * a) << ")\n";
```

Цяпер выведзем інфармацыю аб існаванні максімуму і мінімуму ў вышэйзгаданых стацыянарных пунктах. Скарыстаемся умовай (1). З дапамогай умоўных канструкцый *if...else* складзём наступны праграмы код:

```
if (b > 0 && c > 0) {
    if (d > 0) {
        forTeachers << "The maximum exists in the M1(" << m / (2 * b) << ", " << n / (2 * c)
<< ", 0)\n";
    }
    else if (d < 0) {
        forTeachers << "The maximum exists in the M2(" << m / (2 * b) << ", " << n / (2 * c)
<< ", " << d / (3 * a) << ")\n";
    }
}
else {
    forTeachers << "There are no maximum!\n";
}
```

Праграмы код для праверкі існавання мінімуму у стацыянарных пунктах і вываду адпаведнай інфармацыі ў файл будзе выглядаць аналагічна, толькі з неабходнымі зменамі адпаведна ўмове (2).

Дапусцім, каэфіцыенты пры генерацыі прынялі наступныя значэнні:  $a = 10$ ,  $b = -9$ ,  $c = -1$ ,  $d = 360$ ,  $m = -90$ ,  $n = -10$ ,  $e = 516$ . Вывад у файл *forTeachers.txt* будзе выглядаць наступным чынам:

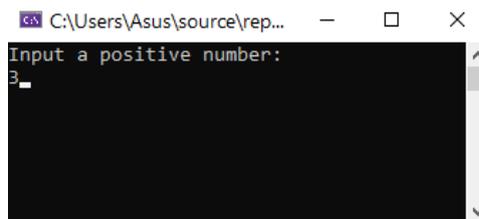
```
«M1(5, 5, 0)
M2(5, 5, 12)
There are no maximum!
The minimum exists in the M2(5, 5, 12)».
```

Неабходны вывад атрыманы. Пасля выконвання праграмы маем два файлы: *forStudents.txt* з умовамі задач і *forTeachers.txt* з адказамі на іх.

Каб дапусціць магчымасць азначыць неабходную колькасць задач пры карыстанні праграмай, аформім атрыманы праграмы код у выглядзе функцыі тыпу *void* з назвай *Solution*. У галоўнай функцыі *main* будзем прасіць карыстальніка ўвесці натуральны лік  $n$  (ён будзе азначаць неабходную колькасць задач). З дапамогай канструкцыі *do...while* будзем выклікаць функцыю рашэння *Solution* і аднімаць ад значэння  $n$  адзін. Умовай работы цыклу паставім  $n > 0$ .

Такім чынам, атрымаем праграму, якая генеруе і выводзіць неабходную колькасць задач у два розныя файлы.

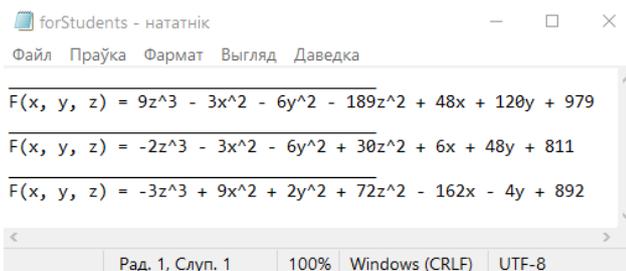
**Прыклад.** Запусцім праграму і ўвядзём у кансоль лік 3 (скрыншот 1).



```
C:\Users\Asus\source\rep...
Input a positive number:
3
```

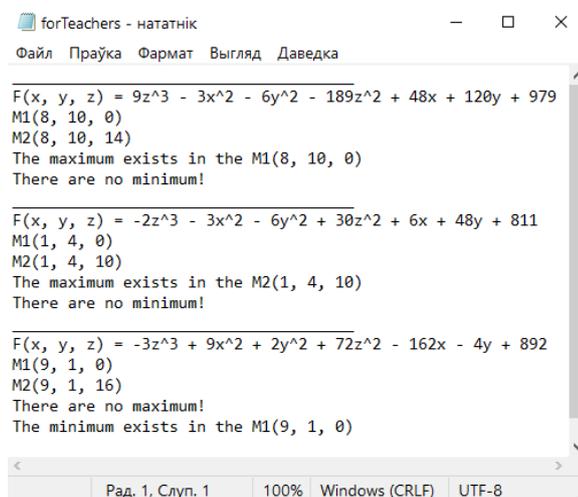
**Скриншот 1** — Увод ліку ў кансоль

Дачакаемся паведамлення аб тым, што працэс быў паспяхова завершаны, і адкрыем файлы *forStudents.txt* і *forTeachers.txt*. Вынікі работы праграмы адлюстраваны на скрыншотах 2 і 3.



```
forStudents - нататнік
Файл Праўка Фармат Выгляд Даведка
F(x, y, z) = 9z^3 - 3x^2 - 6y^2 - 189z^2 + 48x + 120y + 979
F(x, y, z) = -2z^3 - 3x^2 - 6y^2 + 30z^2 + 6x + 48y + 811
F(x, y, z) = -3z^3 + 9x^2 + 2y^2 + 72z^2 - 162x - 4y + 892
Рад. 1, Слуп. 1 100% Windows (CRLF) UTF-8
```

**Скриншот 2** — Змесціва файла *forStudents.txt*



```
forTeachers - нататнік
Файл Праўка Фармат Выгляд Даведка
F(x, y, z) = 9z^3 - 3x^2 - 6y^2 - 189z^2 + 48x + 120y + 979
M1(8, 10, 0)
M2(8, 10, 14)
The maximum exists in the M1(8, 10, 0)
There are no minimum!
F(x, y, z) = -2z^3 - 3x^2 - 6y^2 + 30z^2 + 6x + 48y + 811
M1(1, 4, 0)
M2(1, 4, 10)
The maximum exists in the M2(1, 4, 10)
There are no minimum!
F(x, y, z) = -3z^3 + 9x^2 + 2y^2 + 72z^2 - 162x - 4y + 892
M1(9, 1, 0)
M2(9, 1, 16)
There are no maximum!
The minimum exists in the M1(9, 1, 0)
Рад. 1, Слуп. 1 100% Windows (CRLF) UTF-8
```

**Скриншот 3** — Змесціва файла *forTeachers.txt*

**Заклучэнне.** Такім чынам, аналіз, праведзены ў артыкуле, прыводзіць да наступных вынікаў: тыпаванне задач па знаходжанні экстрэмума функцыі трох зменных з'яўляецца па большай частцы рацыянальнай практыкай. Нягледзячы на тое, што для правільнага рашэння падзадач-этапаў патрэбна не толькі ўпэўнена валодаць матэматычнымі мадэлямі, але і патраціць пэўную колькасць часу на вынаходжанне рашэння ўручную і яго наступную праверку, у выніку мы атрымліваем сотні магчымых задач з гатовымі адказамі.

#### СПІС ЛІТАРАТУРЫ

1. Кудрявцев, Л.Д. Математический анализ [в 2 т.]. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Высшая школа, 2004. – Т. 1. – 424 с.
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1965. – 431 с.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**АНАЛИЗ БЕЛОРУССКОЙ ФИНТЕХ-ЭКОСИСТЕМЫ**

**Хомбак Анастасия Валерьевна, Примак Яна Андреевна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет математики и информатики, 3 курс,*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – С. А. Зайкова, доцент кафедры системного программирования и компьютерной безопасности УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье проанализирована финтех-экосистема рынка Республики Беларусь, в ходе исследования которой было выявлено яркое распределение финтех-компаний по категориям. Рассмотрен самый крупный стартап-проект в данной сфере, а также изучены проблемы развития подобных проектов, создания и успешного функционирования финтех-компаний. Определены виды поддержки данного направления со стороны государства и выдвинуто предложение о способах ускорения развития финансовых технологий в Республике Беларусь.

**Ключевые слова:** финансовые технологии, финтех-экосистема, финтех-стартапы, финтех-проекты, блокчейн, парк высоких технологий.

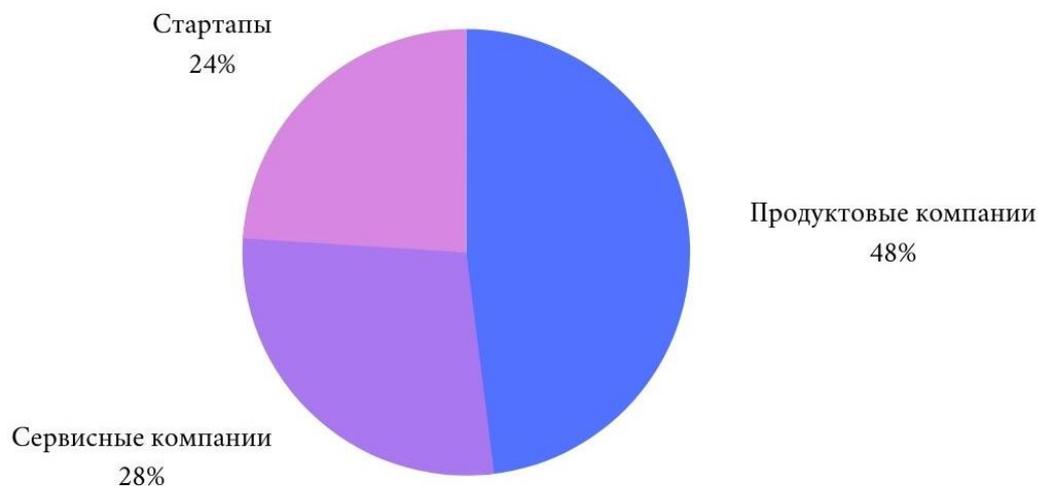
**Введение.** С началом глобальной цифровизации в обществе пришла цифровизация экономики, значительной частью которой стало внедрение финансовых технологий в систему рынков финансовых услуг различных стран. За спросом на финтех-разработки стоит заинтересованность людей в упрощении жизни и экономии времени. Актуальность данной статьи обусловлена популярностью финтех-услуг на рынке в связи с трудной эпидемиологической ситуацией.

Финансовые технологии, или «Финтех» (англ. FinTech) – это технологии, используемые для предоставления финансовых решений. Также финтех можно интерпретировать как отдельную отрасль экономики, в которой компании активно используют инновации для конкуренции с традиционными финансовыми учреждениями, например, банками. Беларусь, как страна с развитой национальной экономикой, безусловно не обошла стороной внедрение финтех в свой рынок услуг. На данный момент количество финтех-компаний в соответствии на душу населения оставляет желать лучшего, но также это означает низкий порог входа на рынок финтех-услуг. На долгосрочную перспективу, прогресс в этой сфере необходим для увеличения конкурентоспособности экономики Беларуси, и ее успешного становления на международной арене.

**Основная часть.** В Республике Беларусь на данный момент функционирует 98 финтех-компаний. По количеству в соотношении на душу населения наша страна находится почти на уровне с Польшей, но значительно отстает от стран Балтии[1]. Основным направлением для реализации белорусского финтех является европейский рынок, на который приходится 65% финтех-компаний. Связано это не только с географическим расположением, но и с позитивной законодательной политикой.

Если проанализировать финтех-рынок Беларуси, то мы увидим яркое распределение финтех-компаний по категориям (Рисунок 1). Самую большую долю в сфере занимают

продуктовые компании, так как 48% проектов относятся к зрелым компаниям с устойчивой бизнес-моделью. Затем 28% занимают сервисные компании, и всего лишь 24% относятся к стартапам. Несмотря на то, что с каждым годом количество финтех-стартапов в Беларуси увеличивается (примерно в 8 раз за последние 5 лет), такой рост не сильно отражается в процентном соотношении с другими типами проектов на рынке.



**Рисунок 1 – Распределение ФинТех-компаний по категориям, %**

Самым крупным стартап-проектом на данный момент является «WorkFusion». В подтверждение можно сказать, что из общего объема инвестиций за 2011-2021 годы в стартап-проекты, около 85% относятся к инвестиционным сделкам с этой компанией. Крупнейшая такая инвестиционная сделка была равна 220 миллионам в валюте USD, где инвестором являлись Georgian Partners. «WorkFusion» специализируется на автоматизации широкого спектра бизнес-процессов внутри предприятия. Эта интегрированная платформа «всё в одном» позволяет повысить квалификацию сотрудников, сократить расходы и увеличить рост компании за счет роботизации множества функций предприятия. Из преимуществ можно также выделить способность WorkFusion к интеграции с различными корпоративными приложениями, использование возможностей оркестровки для эффективного управления процессами автоматизации. Интеллектуальные боты могут понимать сложные документы с неструктурированными данными для оцифровки, классификации, принятия решений и извлечения данных[2].

Первая карта финтех-рынка Беларуси была разработана Центром экономических исследований BEROC совместно с BelarusFinTechHub ещё в 2019 году[3]. Информация для карты была взята из открытых источников, используя данные о резидентах ПВТ (Парка высоких технологий), их проектах в области финансовых технологий, официальных данных ИТ-компаний о финтех-разработках, информацию о финтех-проектах банков и других участников финансового рынка.

Проанализировав карту (Рисунок 2), можно понять, что примерно 22% на финтех-рынке занимают компании, работающие в сфере платёжных сервисов и переводов. Востребованность такого направления обусловлена рядом преимуществ по сравнению, например, с традиционными банковскими переводами. Используя платежные онлайн системы, интернет-кошельки, можно осуществить платёж с задержкой всего в несколько секунд, когда банковские переводы в среднем требуют от трёх до пяти дней. Также для онлайн перевода не важно в какое время дня или ночи будет произведена транзакция. Поэтому не удивительно, что каждый пятый проект работает в области платежных сервисов и переводов.

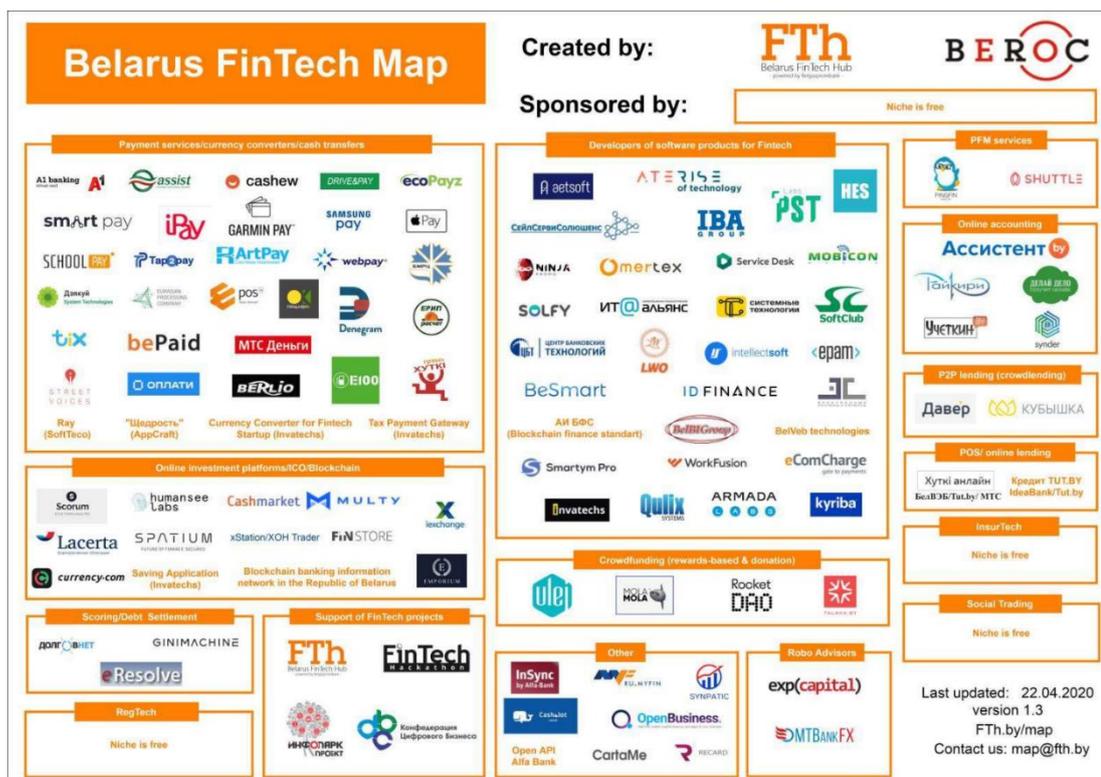


Рисунок 2 – BelarusFinTechMap

Следующий достаточно развитый сектор на финтех-рынке Беларуси занимают проекты, основанные на технологии блокчейн. Это обусловлено увеличением количества операций с цифровыми деньгами. Блокчейн, как инструмент для транзакций, имеет массу преимуществ. Внедрение данной технологии может значительно улучшить качество и безопасность различных транзакций в банкинге, поэтому каждая страна стремится запускать проекты с использованием блокчейн.

Беларусь не стала исключением. В связи с постановлением Правления Национального банка Республики Беларусь от 11 июля 2017 года № 279[4], которое предусматривает включение технологии блокчейн в механизм передачи информации о банковских гарантиях, Белорусские банки имеют юридическую базу для свободного использования блокчейн. Говоря о проектах по созданию криптобирж, первый такой был запущен ещё в 2019 году. На данный момент в Беларуси работает несколько криптобирж, например [currency.com](http://currency.com), [BYNEX](http://BYNEX), [iExchange](http://iExchange) и другие.

Можно заметить, что некоторые ниши, в той или иной мере, развитые в странах-соседях, свободны или мало заняты в Беларуси. Инвестированием занимается 12% компаний, автоматизацией розничного банковского бизнеса 10%, онлайн бухгалтерией 9%. К сферам, занятым на 6% и менее относятся краудфандинг, скоринговые системы, онлайн-кредитование, маркетплейсы, P2P кредитование, RegTech и некоторые другие.

На основе анализа различных интернет-ресурсов нами была выведена статистика, которая демонстрирует факторы, составляющие основные трудности для создания и развития финтех-компаний, а также процент их влияния на экосистему в целом (Рисунок 3). Выявив основные проблемы, мы решили предложить некоторые варианты решения острых вопросов, которые с большей вероятностью могут повлиять на дальнейшее развитие сферы.



**Рисунок 3 – Основные трудности ФинТех-компаний, %**

Первый аспект, который мы предлагаем к рассмотрению – проблема финансовой грамотности населения. Согласно статистике, за 2020 год, 87% населения нашей страны осуществляло большую часть финансовых операций посредством использования сети интернет. Также, следует отметить, что постоянно растёт доля безналичных расчетов, и к концу 2020-го года она составила более 60% от суммы всех операций. Что касается цифровых технологий, то наиболее часто население Республики Беларусь использует интернет банкинг – 87% и мобильный банкинг – 59%.

То есть, можно предположить, что финансовая грамотность растёт, однако использование цифровых технологий и владения цифровыми навыками – это две разные вещи.

В 2020 году была проведена оценка финансовой грамотности населения нашей страны, и результаты очень огорчают: лишь 15% населения ведет детальную фиксацию доходов и расходов, при этом каждый третий не имеет финансовых целей и лишь незначительное число людей используют финансовые инструменты.

Решением данной проблемы является обучение, которое может проводиться, как и в рамках школьной программы, так и в университетах, на различных предприятиях, могут быть запущены специализированные госпрограммы.

На данном этапе рассмотрим, как наше государство способствует развитию финтех-компаний. Мы определили несколько пунктов, которые играют главную роль в данном вопросе:

- создан специальный налогово-правовой режим для развития ИТ-бизнеса в Беларуси – Парк Высоких Технологий

- до 2023 года деятельность по майнингу, созданию, приобретению и отчуждению токенов не облагается налогами

- принят законопроект «О платежных услугах в Республике Беларусь», который расширяет перечень платежных услуг рынка

- принят Указ Президента Республики Беларусь от 25 мая 2021 г. №196 «О сервисах онлайн-заимствования и лизинговой деятельности».

В ходе нашего исследования мы определили, что может поспособствовать ускорению развития финансовых технологий в Республике Беларусь.

- внедрение инструментов самообслуживания, ликвидация прямого контакта с человеком (например, инвестиционные онлайн-площадки)

- активная государственная поддержка

- внедрение технологии блокчейн

- цифровизация управления денежными активами

- рост популярности сервисов P2P-кредитования

**Заключение.** То есть, можно сделать вывод, что Беларуси есть к чему стремиться. Из явных слабых сторон можно отметить недостаток инновационных проектов и игроков на рынке, что сильно сказывается на конкуренции со странами-лидерами финтех-разработок. Но несмотря на довольно небольшой темп развития финтех-экосистемы за последние 5 лет число компаний в Беларуси увеличилось на 66%. Государству стоит поддерживать такой потенциал роста и повышать уровень заинтересованности населения к инновациям. Проведение встреч между традиционными финансовыми учреждениями и новаторами с целью диалога, обмена мнением и опытом, обеспечение информацией населения, организация мероприятий посвящённых данной тематике могут значительно улучшить состояние финтех-экосистемы в Беларуси.

#### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Экономическая газета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://neg.by/novosti/otkrytj/finteh-kompanii-integriruyutsya-s-belorusskim-bankovskim-sektorom/>. – Дата доступа: 10.04.2022.
2. Портал о роботизации, цифровой трансформации и искусственном интеллекте [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://trarussia.ru/tra-solutions/workfusion/>. – Дата доступа: 10.04.2022.
3. Belarus FinTech Map [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fth.by/belarus-fintech-map-us->. – Дата доступа: 10.04.2022.
4. В Беларуси создана информационная сеть по технологии блокчейн [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.nbrb.by/press/6534>. – Дата доступа: 10.04.2022.

## **Секция 3. Компьютерные науки и программирование**

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ЭЛЕМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ «КОМБИНИРОВАННЫЕ СПИСКИ» ЯЗЫКА  
ПРОГРАММИРОВАНИЯ PASCALABC.NET**

**Абидов Рахим Тоҳирович**

*Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни,  
Республика Таджикистан, город Душанбе*

Научный руководитель – Назаров Ахтам Пулатович - доцент кафедры ИКТ ТГПУ им. С. Айни, кандидат педагогических наук.

Язык программирования PascalABC.Net является новым современным языком программирования. Возможности его пока полностью не изучены. Возможности у этого ЯП больше и шире, чем старого ЯП Паскаль. У него также есть приложение Windows Form, которое применяется для визуального программирования. В статье исследуется содержание и изучается элемент управления комбинированными списками ComboBox. Изучается методика добавления этого элемента в проекте программы, методология составления список, свойство элемента ComboBox.

**Ключевые слова:** PascalABC.Net, ComboBox, комбинированные списки, редактор список, свойство, проект программы.

**Введение.** Отечественный язык программирования PascalABC.Net был разработан и создан в 2007 году сотрудниками механико-математического факультета Южного Федерального университета Российской Федерации под руководством Михалкович С.С. Это ЯП имеет простую и мощную среду разработки с подсказками по коду, автоформатированием и образцами кода для начинающих. Поэтому необходимо внедрение этого ЯП в обучение в образовательных школах и ВУЗ-ах.

**Основная часть.** Основу создания проектов в визуальном режиме программирования играют элементы управления. Преподавание элементов управления и надлежащая подготовка в процессе обучения является основой повышения качества образования. Поэтому необходимо уделять внимание преподаванию управленческих элементов языка программирования, а также обучать студентов тематическим компетенциям каждого управленческого элемента на высоком уровне. Если мы обратим внимание на большинство практически используемых программ, то увидим, что в них используется много списков. Например, текстовый процессор Word и электронная таблица Excel, в которых списки используются для выбора типа шрифта, размера шрифта, выбора цвета и так далее. Элементы управления списками широко используются при создании проектов приложений для включения в них списков. Одним из таких элементов управления является элемент управления комбинированными списками ComboBox, изучение которого и является целью этой статьи. Элемент управления комбинированными списками играет ключевую роль при включении списков в создании проектов приложений в режиме визуального программирования. Компетенции при обучении элементов управления мы отмечали в наших предыдущих работах, в том числе [2, с. 480-482]. Данная статья является логическим продолжением этих работ. Рассмотрены компетенции при преподавании элемента управления комбинированными списками в рамках дисциплины «Программный дизайн» и языка программирования PascalABC.Net [1, с. 56-57]. Язык программирования PascalABC.Net является отечественным

языком программирования высокого уровня, которое включает в себя визуальный, процедурный, функциональное программирование и другие. При этом к основным тематическим компетенциям элемента управления комбинированными списками **ComboBox** относятся: 1) Ознакомление и обучение управленческой составляющей комбинированного списка; 2) Способы добавления в диалоговую форму элемента управления комбинированным списком; 3) Вход в редактор списка элемента управления комбинированным списком; 4) Способ создания и написания списка в редакторе элемента управления комбинированным списком; 5) Некоторые свойства элемента управления комбинированным списком; 6) Программно изменить свойства и список элемента управления комбинированного списка и тому подобное.

Списки готовятся по построчной технологии и добавляются в диалоговую форму с помощью элементов управления списками или программно. Такие списки позволяют пользователям выбрать один или несколько вариантов, представленных в списке.

Поле со списком **ComboBox** используется для отображения параметра выбора из раскрывающегося списка или для ввода его вручную. Чтобы добавить этот элемент в диалоговую форму, выберите элемент **ComboBox** на панели управления. Подведите указатель мыши к нужному положению на лицевой стороне диалоговой формы, нажмите левую кнопку, переместите мышь в нужном направлении (то есть выберите нужный размер) и отпустите кнопку мыши. Мы видим, что в диалоговую форму добавлен элемент управления комбинированным списком. Программа напрямую присваивает элементу управления поле со списком системное имя **ComboBoxN**, где N начинается с 1. Длину добавленного элемента управления комбинированным списком можно изменить с помощью мыши или его свойства **Width**. Его высота меняется только при изменении размера шрифта. В нем есть текстовое поле и справа от него есть кнопка ▼, при нажатии которой открывается комбо-список для выбора.

Типы элемента управления смешанным списком, после подготовки диалоговой формы, разные: а) значение свойства **Текст** пусто; б) нажата кнопка ▼ значение свойства **Text** пусто; в) значение свойства **Text** равно "0. 000", кнопка ▼ не нажата. Если мы нажмем эту кнопку, то в ее поле отобразится значение свойства **Text**, а также откроется список б). Также при работе программы есть возможность ввести его значение вручную в поле элемента управления комбинированным списком. Однако после закрытия программы она не сохраняется (исчезает). Этот элемент используется, когда в списке много записей для выбора, которые не расположены в диалоговой форме. Давайте рассмотрим некоторые его свойства.

1. Свойство **Items** - используется для составления (создания) списка или его изменения в режиме создания и проектирования программы. При нажатии на кнопку [...] справа от значения его свойства открывается диалоговая форма **String Collection Editor** (или по-русски **Редактор коллекции элементов**) (рис. 1), которая называется редактором. В этом поле список элементов вставляется или изменяется (добавляется, удаляется, ...) построчно. После записи каждой строки нажимается клавиша **Enter**. Наконец, нажимается кнопка **ОК**. Строки в этом списке могут быть пустыми. Или в правом верхнем углу элемента управления комбинированного списка есть знак ►. Наведите курсор на этот символ и нажмите на его левую кнопку, и этот список можно будет дополнить или изменить.

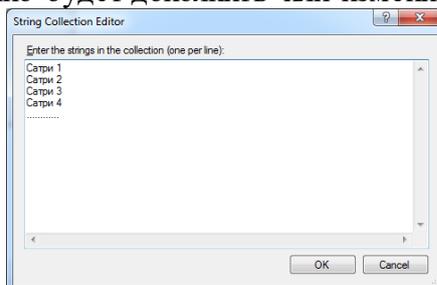


Рисунок 1 – Редактор коллекции элементов

2. Свойство **DropDownStyle** — показывает тип элемента в зависимости от его значения. Имеет следующие значения: а) **DropDown** - задаётся по умолчанию. Нажимая кнопку ▼

пользователь выбирает необходимое значение из списка **Items**, которое затем будет отражено в поле. Его также можно ввести вручную, значение свойства **Text** берётся автоматически; б) **DropDownList** – пользователь может выбрать необходимое значение, нажав кнопку ▼ или щелкнув левой кнопкой мыши по этому пункту из списка **Items**, что затем отразится в его поле. Вручную не могу войти. Он также не может включать в свое поле значение свойства **Text**; в) **Simple** – кнопка ▼ не отображается в своем поле (**TextBox**). Пользователь может навести курсор на это поле и с помощью кнопки стрелок ↓ или ↓ выбрать необходимое значение из списка, которое затем будет отображаться в поле. Если весь список отображается не полностью, то появится вертикальная полоса прокрутки. Его также можно ввести вручную, соответственно берётся значение свойства **Text**.

3. Свойство **Sorted** — позволяет расположить строки смешанного списка в алфавитном или числовом порядке. Действует, если значение равно True. При редактировании регистр букв (строчные или прописные) не учитывается. Нет возможности сортировать по убыванию.

4. Свойство **DropDownHeight** – показывает высоту выпадающего списка с точками при его открытии.

5. Свойство **DropDownHeight** — показывает длину выпадающего списка с точками при его открытии.

6. Свойство **MaxDropDownItems** – показывает максимальное количество отображаемых строк смешанного списка при его открытии. Если количество строк в списке превышает значение этого свойства, то появится вертикальная полоса прокрутки. Значение этого свойства равно 8.

7. Свойство **MaxLength** - показывает максимальное количество введенных вручную символов в текстовом поле.

8. Свойство **SelectedIndex** – показывает **индекси** (номер записи) строки комбинированного списка или возвращает её выбор.

9. Свойство **SelectedItem** — даёт или возвращает записанный текст поля со списком (аналогично свойству **SelectedIndex**).

10. Свойство **DataSource** показывает источник данных строк списка и создаёт на их основе новый список. Источником данных может быть массив типа **Object** или база данных. Эта опция чаще всего используется программно. Эта опция будет чаще использоваться при работе с базами данных в будущем.

В результате преподавания данного элемента управления студенты должны знать способы и методы добавления в диалоговую форму управляющего элемента комбинированными списками языка программирования PascalABC.Net. Знать его свойства и уметь правильно применять в программный проект. Знать программные методы установки и изменения свойств, которые являются результатом компетенций.

**Заключение.** Элемент управления комбинированными списками **ComboBox** является одним из стандартных списков, которое используется во многих программах. Поэтому необходимо качественным образом знакомить студентов с методологией создания и использования комбинированных списков в различных прикладных проектах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назаров, А.П. Программирование и программный дизайн на языке PascalABC.Net. Учебник (на таджикском языке) / А.П. Назаров. – Душанбе, 2021. – 756 с.
2. Назаров, А.П. Компетентность в обучении элементам управления текстов во время обучения программированию (на таджикском языке) / А.П. Назаров, Г.Н. Нематов, Ш.У. Умарзода // Современные проблемы развития естественно-математических наук в Республике Таджикистан: мат. респ. науч.-практ. конф. – С. 480-482.
3. Назаров, А.П., Нематов Г.Н., Умарзода Ш.У. Лабораторные работы по основам программирования. Учебное пособие (на таджикском языке) // А.П. Назаров, Г.Н. Нематов, Ш.У. Умарзода. – Душанбе, 2018. – 140 с.
4. Назаров А.П. Программный дизайн на языке PascalABC.Net. Учебное пособие (на таджикском языке) / А.П. Назаров. – Душанбе, 2019. – 254 с.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ СОСТАВА  
СТАНЦИИ НАЗЕМНОЙ РАЗВЕДКИ СРЕДСТВАМИ UNITY**

**Братукин Максим Витальевич, Тумелевич Антон Анатольевич**  
*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,  
факультет математики и информатики, 3 курс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – А.Н. Монич, старший преподаватель общевойсковой кафедры военного факультета УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», магистр военных наук.

В статье описываются результаты программной реализации приложения для изучения состава станции наземной разведки средствами Unity. Разработка используется в учебном процессе для специальностей «Боевое применение наземных подразделений войсковой разведки», «Командир отделения (тактической разведки)»

**Ключевые слова:** состав изделия, 3D-модель, Unity, военные тренажеры.

**Введение.** Для разработки приложения использовался игровой движок - программное обеспечение, которое содержит в себе готовые реализации графической, физической и звуковой подсистем Unity. Unity был выбран по ряду причин: относительно низкие требования к производительности аппаратного обеспечения как разработчика, так и конечного пользователя; простота установки, использования и разработки; большое сообщество движка, что значит большое количество обучающих материалов, готовых реализаций различных компонентов игры и базу знаний, в которой собраны ответы на многие вопросы, которые могут появиться у начинающего разработчика.

**Основная часть.** Целью данной работы была программная реализация приложения для изучения состава станции наземной разведки (ПСНР-5К) для того, чтобы улучшить качество и скорость подготовки специалистов для ведения разведки по сравнению с традиционными способами обучения, а также создать условия для повышения мотивации к обучению курсантов военных учебных заведений и студентов, обучающихся на военной кафедре. Научная новизна состоит в разработке основных методов и механизмов, которые в дальнейшем будут использоваться при проектировании и программной реализации виртуальных тренажеров для других образцов вооружения с последующим внедрением их в образовательный процесс военных и учебных заведений.

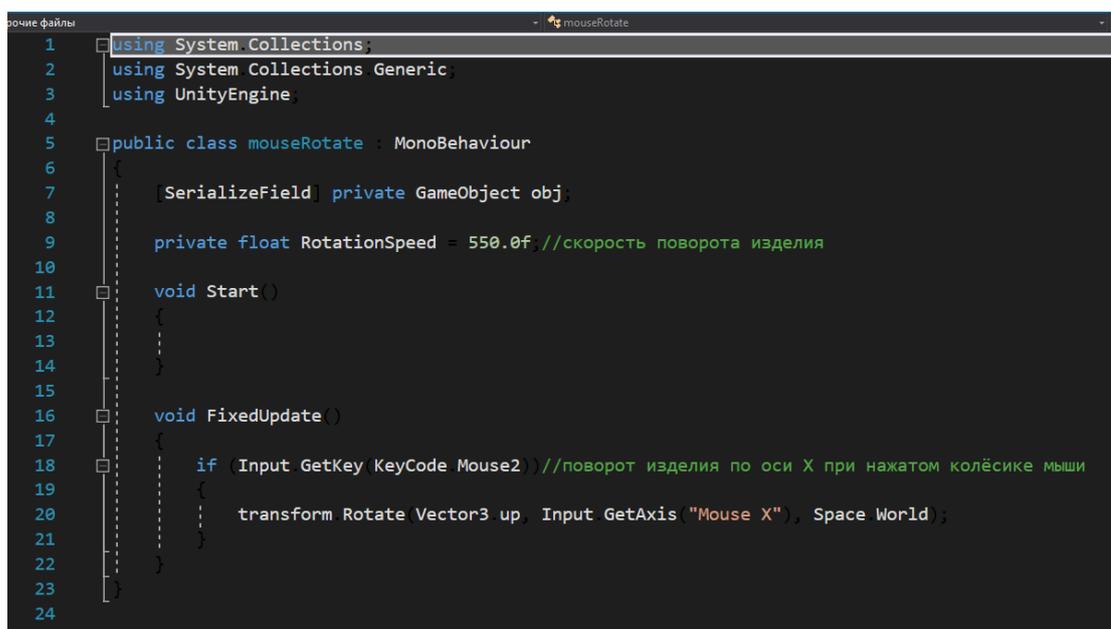
Переносная станция наземной разведки ПСНР-5 (изделие 1РЛ133-1) предназначена для поиска, обнаружения, сопровождения и измерения координат движущихся наземных целей (человек, группа людей, автомашина и т.д.) [1].

В состав станции входят следующие основные части: блок П-02-1 (пульт управления и индикации), узел П-03 (контейнер с треногой); блок П-01-1(приемопередатчик); блок П-87 (стабилизатор напряжения). Кроме того, к изделию придаются упаковка с треногой в который входят: тренога, оптический визир, буссоль и соединительный кабель.

Функционал созданного приложения предполагает предварительное знакомство с оборудованием, его функциональностью, описанием назначения его частей.

Разработанное приложение состоит из меню, сцены с выбором изделия для изучения из множества вращающихся изделий, а также сцены, на которой пользователь может взаимодействовать с изделием путем выбора отдельных его частей. Кроме того, в приложении предусмотрен функционал, позволяющий рассматривать изделие со всех сторон, и система подсказок для пользователя приложения. Для программной реализации использовались библиотека для работы с графическим интерфейсом UnityEngine.UI и библиотека для анимации DG.Tweening. Процесс программной реализации предусматривал работу с такими инструментами Unity как импорт 3D моделей, надписей, подсказок, создание слайдшоу, настройка света, настройка шрифтов, создание анимации, разработка скриптов, реализующих заявленный функционал.

На рисунке 1, в частности, продемонстрирован фрагмент программного кода для реализации возможности вращения изделия.



```
1 using System.Collections;
2 using System.Collections.Generic;
3 using UnityEngine;
4
5 public class mouseRotate : MonoBehaviour
6 {
7     [SerializeField] private GameObject obj;
8
9     private float RotationSpeed = 550.0f; //скорость поворота изделия
10
11     void Start()
12     {
13     }
14
15
16     void FixedUpdate()
17     {
18         if (Input.GetKey(KeyCode.Mouse2)) //поворот изделия по оси X при нажатом колёсике мыши
19         {
20             transform.Rotate(Vector3.up, Input.GetAxis("Mouse X"), Space.World);
21         }
22     }
23 }
24
```

Рисунок 1 – Фрагмент программного кода для реализации возможности вращения изделий

Внедрение в учебный процесс данного приложения повысило эффективность занятий по специальной подготовке в разведывательных подразделениях, обеспечило возможность реализовать самостоятельную подготовку. При таком подходе значительно сократилось время работы на имеющейся в наличии технике, требуемое на изучение устройства работы разведывательной аппаратуры и кроме того, стало возможным задействовать максимальное количество обучающихся в ходе проведения групповых и практических занятий.

**Заключение.** Разработанная программа для изучения состава переносной станции наземной разведки прежде всего позволяет решить актуальную задачу – эффективно обучить курсантов военных учебных заведений и студентов, обучающихся на военных кафедрах/факультетах, предоставив возможности изучить особенности устройства элементов прибора станции наземной разведки в удобной для восприятия, достоверной форме по сравнению с классическим учебником.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мониц, А.Н. Тактическая и специальная подготовка: учеб.-метод. пособие / А.Н. Мониц, Д.П. Грушевский, Н.В. Кутафин. – Гродно: ГрГУ, 2021. – 295 с.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ЗАЩИТЫ ДАННЫХ И ПРИВАТНОСТИ**

**Бухгоровский Егор Витальевич**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,  
факультет экономики и управления, 1 курс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Н. В. Марковская, доцент кафедры математического и информационного обеспечения экономических систем УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье рассматриваются современные технологии защиты данных и приватности и их основные характеристики. Данный вопрос стал актуальным в современном мире из-за массового использования информационных технологий и интернета, и необходимости обеспечения безопасности информации в современном мире. Они используются для защиты личных данных, финансовой информации, корпоративных секретов и других конфиденциальных данных.

**Ключевые слова:** защита данных, приватность, компьютерные технологии.

**Введение.** Современные технологии защиты данных и приватности стали актуальными в современном мире из-за массового использования информационных технологий и интернета. С каждым годом количество информации, которая создается, обрабатывается, хранится и передается по сетям, растет в геометрической прогрессии. Однако, с увеличением количества информации, растет и опасность ее утечки и использования в корыстных целях. Сегодня проблема безопасности данных стала особенно актуальной, поскольку важные и конфиденциальные данные могут быть украдены или использованы без разрешения их владельцев. Несанкционированный доступ к данным может привести к серьезным проблемам, таким как кража личной информации, утечка коммерческой тайны, нарушение прав на интеллектуальную собственность, финансовые мошенничества и т.д.

**Основная часть.** Современные технологии защиты данных и приватности - это набор инструментов и методов, которые используются для защиты информации от несанкционированного доступа, утечек и других угроз. Технологии защиты данных и приватности обеспечивают конфиденциальность, целостность и доступность информации, которая может храниться, и передаваться в различных форматах. Эти технологии включают в себя шифрование данных, контроль доступа, аутентификацию пользователей, системы обнаружения вторжений, защиту от вредоносного программного обеспечения, использование блокчейна, политики безопасности данных, анонимизацию данных и многое другое [1].

В современном мире существует множество технологий защиты данных и приватности, каждая из которых обладает своими особенностями и областью применения. Различные технологии могут быть классифицированы по различным характеристикам, например, по методу шифрования, способу аутентификации или типу защиты. Вот несколько видов технологий защиты данных и приватности:

1. Шифрование данных. Шифрование данных - это процесс преобразования информации в нечитаемый формат, который может быть прочитан только с помощью специального ключа. Существует множество методов шифрования данных, включая симметричное и асимметричное шифрование.

2. Аутентификация. Аутентификация - это процесс проверки легитимности пользователя или системы. Существует несколько методов аутентификации, таких как парольная аутентификация, биометрическая аутентификация, аутентификация на основе токенов и другие.

3. Фильтрация данных. Фильтрация данных - это процесс, который позволяет определить, какие данные могут быть переданы или получены, а какие нет. Существуют различные методы фильтрации данных, такие как фильтрация контента, фильтрация URL-адресов и другие.

4. Аудит безопасности. Аудит безопасности - это процесс проверки системы на уязвимости и наличие потенциальных угроз безопасности. Это позволяет определить, какие меры нужно принять для улучшения безопасности системы.

5. Защита от вирусов и вредоносного ПО. Защита от вирусов и вредоносного ПО - это процесс обнаружения и удаления вирусов и другого вредоносного ПО. Это обеспечивает безопасность системы от внешних атак.

Современные технологии защиты данных и приватности имеют важное значение для обеспечения безопасности информации в современном мире. Они используются для защиты личных данных, финансовой информации, корпоративных секретов и других конфиденциальных данных. Основными характеристиками таких технологий являются эффективность, надежность и простота использования.

Эффективность - это важная характеристика технологий защиты данных и приватности, которая обеспечивает их способность предотвращать утечку данных и защищать конфиденциальность. Технология должна быть способна защищать данные от несанкционированного доступа и использования, а также предотвращать утечки данных внутри или вне организации.

Надежность - это еще одна важная характеристика технологий защиты данных и приватности. Технология должна быть надежной и не подвержена уязвимостям, чтобы обеспечить защиту данных в любых условиях. Она должна быть способной обнаруживать и предотвращать угрозы безопасности, такие как вирусы, хакерские атаки и другие виды вредоносных программ.

Простота использования - это важная характеристика технологий защиты данных и приватности, которая позволяет пользователям легко использовать их без необходимости иметь высокий уровень технических знаний. Технология должна быть простой в использовании и не требовать дополнительных усилий от пользователей, чтобы обеспечить эффективную защиту данных.

Существует множество областей, где современные технологии защиты данных и приватности применяются для обеспечения безопасности и конфиденциальности. Банковское дело и финансы - одна из таких областей, где технологии защиты данных применяются для предотвращения кибератак и мошенничества, а также защиты финансовых данных клиентов. В медицинской отрасли технологии защиты данных используются для защиты медицинских записей от несанкционированного доступа и обеспечения конфиденциальности пациентов [2].

В государственной безопасности технологии защиты данных используются для защиты правительственных и других конфиденциальных данных от кибератак и шпионажа. Корпоративный сектор также применяет технологии защиты данных для защиты корпоративных секретов и конфиденциальных данных клиентов. Образовательные учреждения используют технологии защиты данных для защиты персональных данных студентов и интеллектуальной собственности [3].

Современные технологии защиты данных и приватности имеют свои преимущества и недостатки. Среди наиболее распространенных технологий защиты данных можно выделить шифрование, аутентификацию, фильтрацию данных, аудит безопасности и защиту от вирусов и вредоносного ПО.

Шифрование данных является одной из самых распространенных технологий защиты данных, которая позволяет скрыть информацию от несанкционированного доступа. Однако если злоумышленник получит доступ к ключу шифрования, он сможет расшифровать данные.

Для более надежной защиты часто используют двухфакторную аутентификацию, которая требует не только пароль, но и дополнительный фактор аутентификации, например, отпечаток пальца или SMS-код. Однако, эта технология может быть неудобна для пользователей, особенно если они забыли дополнительный фактор.

Фильтрация данных является другой технологией, которая используется для защиты данных, позволяя блокировать или ограничивать доступ к определенным категориям информации. Однако эта технология не может предотвратить утечку данных, если злоумышленник уже имеет доступ к системе.

Аудит безопасности позволяет отслеживать действия пользователей в системе и выявлять необычную активность, которая может указывать на наличие кибератаки. Но это не предотвратит кибератаку, а только поможет быстро обнаружить ее.

Защита от вирусов и вредоносного ПО является важной технологией для защиты от внешних угроз, но не может предотвратить утечку данных, если злоумышленник уже имеет доступ к системе.

**Заключение.** В заключении следует сказать, что каждая из технологий защиты данных и приватности имеет свои преимущества и недостатки, и эффективность их использования зависит от конкретных условий. Для максимальной защиты данных и приватности, рекомендуется использовать несколько технологий в сочетании, чтобы создать многоуровневую защиту. Технологии защиты данных и приватности играют критически важную роль в современном мире, где утечки данных и нарушения конфиденциальности могут иметь серьезные последствия для людей и организаций. Улучшение защиты данных и повышение уровня конфиденциальности являются важными направлениями развития. Однако, необходимо понимать, что технологии защиты данных и приватности не могут решить все проблемы. Важно учитывать, что любая технология имеет свои ограничения и уязвимости. Поэтому, необходимо продолжать исследования в данной области, чтобы повысить эффективность и надежность технологий защиты данных и приватности.

#### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Криптография и защита информации [Электронный ресурс] / Intuit.ru. – Режим доступа: <https://intuit.ru/studies/courses/20/20/lecture/645> – Дата доступа: 12.04.2023.
2. Как защитить данные на всех этапах жизненного цикла. [Электронный ресурс] / IT Week.: – Режим доступа: <https://www.itweek.ru/infrastructure/article/detail.php?ID=42862> – Дата доступа: 12.04.2023.
3. Технологии защиты информации в компании. [Электронный ресурс] / Ассистентус.ру.: – Режим доступа: <https://assistentus.ru/vedenie-biznesa/tehnologii-zashchity-informacii/> – Дата доступа: 12.04.2023.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ПОИСК АНОМАЛИЙ ТРАФИКА ПРИ АНАЛИЗЕ ОБРАЩЕНИЙ К СИСТЕМАМ  
ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ**

**Дашкевич Павел Юрьевич**

*УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»,  
Гомель, Беларусь*

Научный руководитель – А. В. Воруев, заведующий кафедры АСОИ УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кандидат технических наук, доцент.

В статье исследуются алгоритмы и принципы поиска аномалий сетевого трафика при обращении к системам хранения данных. Рассматриваются основные аспекты данного процесса. Были изучены программно-аппаратные комплексы, который позволяют проводить анализ сетевого трафика в локальной сети предприятия. Был освещен алгоритм работы протокола FTP и используемые им сетевые порты.

**Ключевые слова:** анализ сетевого трафика, поиск аномалий, системы хранения данных, сервер-сниффер, FTP-сервер.

**Введение.** После организации надежного хранилища данных, во всех организациях возникает потребность в обеспечении информационной безопасности собственно хранимых данных и в сети в целом. В рамках статьи рассматриваются составляющие комплекса, которые позволят проводить поиск аномалий сетевого трафика при обращении к системам хранения данных.

**Основная часть.** Важным компонентом в обеспечении информационной безопасности является анализ сетевого трафика. В частности нужно разбираться в протоколе сетевого обмена (TCP/IP) и знать IP-адреса доверенных хостов и серверного оборудования. Можно использовать разнообразные утилиты, на пример более узкоспециализированный Wireshark (поиск аномалий затруднителен) или гибко настраиваемый Zabbix.

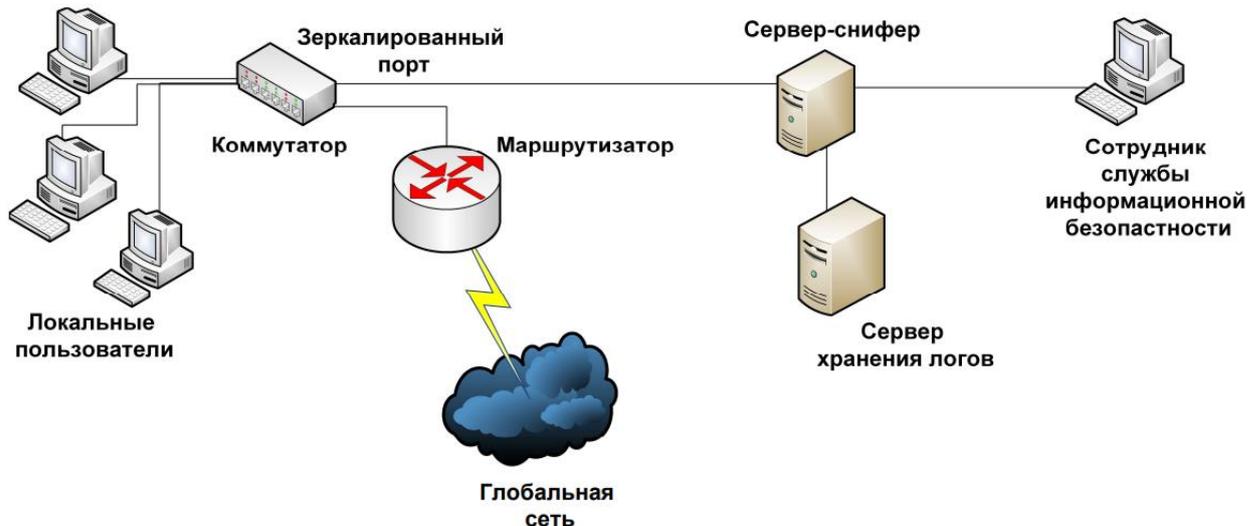
Сетевой трафик можно рассматривать как случайный процесс, реализации которого обладают характеристиками, изменяющимися во времени, но остающимися детерминированными (например, математическое ожидание и дисперсия). Эти характеристики будем считать эталонными. Пусть  $f(t)$  - фактическая характеристика реализации трафика в момент времени  $t$ . Аномальное состояние в сетевом трафике – состояние, при котором значение  $f(t)$  в любой момент времени  $t$  отличается от эталонного. Тогда аномалиями сетевого трафика будем называть любые отклонения показателей сети от заранее зафиксированных в качестве эталонных. [1, с. 98].

Для получения возможности анализировать сетевой трафик необходимо в существующей сети на центральном коммутаторе один из портов настроить в режим зеркалирования (для отправки копии сетевых пакетов, видимых на одном порту коммутатора (или всей VLAN), на другой порт коммутатора) и к нему подключить сервер-сниффер (с английского sniff – нюхать).

Сетевой монитор – это сниффер пакетов, который может захватывать пакеты данных, проходящих через сеть (сниффер – это «анализатор трафика», то есть программа или устройство для перехвата и анализа сетевого трафика). Часто используется для анализа

сетевого трафика в целях обнаружения и устранения отклонений и обеспечения бесперебойной работы. [2, с. 11]

Уже к нему подключается внешний сервер сохранения файлов логов и рабочий компьютер сотрудников службы информационной безопасности. Пример такой схемы представлен на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Логическая схема сети с анализом трафика**

Очень часто для хранения файлов используют сервера работающего по протоколу FTP. File Transfer Protocol, или протокол передачи файлов, — это протокол, относящийся к прикладному уровню и отвечающий за передачу данных между двумя системами. Как и протокол HTTP, он работает поверх протокола TCP. При передаче файлов FTP использует одновременно два TCP-канала: один из них отвечает за управление передачей данных, а второй — передает их. [3] Большинство приложений FTP-серверов по умолчанию работают с портами 20 и 21. При настройке сервера порты можно сменить, и пристально следить за активностью в сети на стандартные порты и новоисassigned, для оперативного реагирования на инциденты информационной безопасности.

**Заключение.** Обеспечение безопасности хранимых данных является основным приоритетом для любой организации. Анализ сетевого трафика является эффективным инструментом в обеспечении информационной безопасности. Для проведения анализа сетевого трафика необходимо использовать различные утилиты и настроить центральный коммутатор в режиме зеркалирования. Сниффер пакетов позволяет захватывать пакеты данных, проходящих через сеть, что способствует обнаружению и устранению отклонений, а также обеспечению бесперебойной работы. Одним из часто используемых приложений для хранения файлов является FTP-сервер, работающий на сетевых портах 20 и 21.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карчанская, Е.В. Методы выявления аномалий сетевого трафика, основанный на его самоподобной структуре. Безопасность информационных технологий [Электронный ресурс] / Е.В. Карчанская, Н.И. Соседова. – Режим доступа: <https://bit.mephi.ru/index.php/bit/article/view/1185> — Дата доступа: 15.03.2023.
2. Филимонов, О.И. Методы и инструменты анализа трафика на веб-сервере / О.И. Филимонов // Интерактивная наука. – 2021. – № 7 (62). – С. 7-13.
3. Салита А.А. FTP-протокол: что это такое и для чего он служит [Электронный ресурс] / А.А. Салита. – Режим доступа: <https://selectel.ru/blog/what-is-ftp-protocol/> — Дата доступа: 18.03.2023.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ГЕЙМИФИКАЦИИ ДЛЯ  
ИЗУЧЕНИЯ ПРИНЦИПОВ РАБОТЫ СТАНЦИИ НАЗЕМНОЙ РАЗВЕДКИ В ПОЛЕ  
СРЕДСТВАМИ UNITY**

**Семенчук Никита Дмитриевич, Насуро Артур Андреевич**  
*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,  
факультет математики и информатики, 3 курс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – А.Г. Дейцева, доцент кафедры современных технологий программирования факультета математики и информатики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье описывается программная реализация элементов геймификации для изучения принципов работы станции наземной разведки в поле средствами Unity. На игровую сцену добавлен скайбокс, смоделирован ландшафт и визуализирована работа прибора в поле. Созданное программное обеспечение позволяет обучающемуся воспроизвести процессы включения и калибровки прибора станции наземной разведки с использованием переключателей пульта управления.

**Ключевые слова:** Unity, 3D модель, наземная разведка, виртуальные тренажеры.

**Введение.** Значимость использования игровых технологий в образовании исключительно велика в связи с тем, что учебная деятельность достаточно сложный и рутинный процесс, а включение игровых механик оказывает значительное влияние на эффективность результатов обучения, увлекая и захватывая учащихся. При этом особая значимость геймификации видится, именно, в кардинально новом способе организации образовательной деятельности. Целью применения техник геймификации является вовлечение в деятельность. Эффективность применения геймификации в военном образовании видится в первую очередь в получении учащимися кардинально новых по сравнению с классической схемой знаний, синтезирующих в себе теорию, практику и опыт.

**Основная часть.** Разработанное на платформе Unity приложение по изучению ПСНР-5К не является просто компьютерной игрой, а позволяет учиться через игру, т.е. в процессе работы с приложением студент решает, как игровые, так и образовательные задачи. При чем образовательные задачи всегда остаются в приоритете, а игровые призваны помочь удерживать внутреннюю мотивацию к выполнению образовательных.

Границы приложения предполагают знакомство с механикой и назначением работы переключателей, взаимодействием приборов между собой, анимацию типовых алгоритмов работы с ПСНР-5К в походном положении: включение ПСНР-5К; калибровка ПСНР-5К; наблюдение и сопровождение отметки цели.

На рисунке 1 приведено концептуальное видение цифрового симулятора для работы с ПСНР-5К в поле.



**Рисунок 1. – Концептуальное видение работы приложения**

Далее выполнена программная реализация работы пульта управления и приемопередатчика на треноге в соответствии с реальной функциональностью прибора (на рисунке 2 приведен внешний вид опытной сцены). Например, логика программной реализации работы переключателя Азимут описана в таблице ниже.

**Таблица 1 – Инструкция работы с программой**

Описание действия	Инструкция
Для того чтобы перейти из 2-го положение в 1е	кликните 1 раз ПКМ по зажиму ручки АЗИМУТ, а затем 1 раз ЛКМ по ручке переключателя АЗИМУТ
Для того чтобы перейти из 2-го положения в 3е	кликните 1 раз ЛКМ по ручке переключателя АЗИМУТ
Для того чтобы перейти из 1-го положения в 2е	не возможно
Для того чтобы перейти из 1-го положения в 3е	кликните 1 раз ЛКМ по ручке переключателя АЗИМУТ
Для того чтобы перейти из 3-го положения в 2е	кликните 1 раз ЛКМ по ручке переключателя АЗИМУТ
Для того чтобы перейти из 3-го положения в 1е	кликните 1 раз ПКМ по зажиму ручки АЗИМУТ, а затем 1 раз ЛКМ по ручке переключателя АЗИМУТ

Программная реализация работы с прибором в поле учитывает все возрастающий интерес современного поколения к компьютерным играм. Поэтому реализованные в приложении механики, характерные для компьютерных игр при отработке практических навыков по работе с устройством, несомненно, должны повысить мотивацию студентов и курсантов к обучению.

На рисунке 2 продемонстрирована реализованная в приложении возможность визуализации целей на ландшафте.



**Рисунок 2 – Визуализация целей на ландшафте**

**Заключение.** В статье описано разработанное приложение, которое позволяет обучать работе с прибором станции разведки в поле. Данное приложение позволит овладеть умениями и навыками работы с образцом вооружения и обеспечить дальнейшее применение полученных компетенций на практике в условиях, приближенных к боевым. В качестве перспектив дальнейшей разработки предполагается программная реализация механизма определения типов целей и их визуализация на линиях развертки экрана прибора станции наземной разведки и моделирование характерного звука для обучения навыкам работы с прибором студентов на военном факультете.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

## АРХИВИРОВАНИЕ И СЖАТИЕ ФАЙЛОВ

**Рожко Дмитрий Сергеевич**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,  
факультет экономики и управления, 1 курс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Н.В. Марковская, доцент кафедры математического и информационного обеспечения экономических систем УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент.

В статье рассматриваются современные технологии архивирования и сжатия файлов. Существует множество методов сжатия файлов, некоторые из которых являются универсальными, а другие - специфичными для определенных типов файлов. В этой статье рассмотрены некоторые из основных методов сжатия и архивирования файлов, а также их применение в различных областях.

**Ключевые слова:** архивирование данных, сжатие данных, компьютерные технологии.

**Введение.** Архивирование и сжатие файлов - это процесс уменьшения размера файла или группы файлов путем удаления повторяющейся или избыточной информации. Этот процесс может быть полезен для сокращения размера файлов, что позволяет сэкономить место на жестком диске или уменьшить время передачи файлов через сеть. В этой статье мы рассмотрим основные методы архивирования и сжатия файлов.

**Основная часть.** Существует множество методов сжатия файлов, некоторые из которых являются универсальными, а другие - специфичными для определенных типов файлов.

Рассмотрим несколько основных методов сжатия:

I. Метод Lempel-Ziv - это алгоритм сжатия данных, разработанный Абрахамом Лемпелем и Якобом Зивом в 1977 году. Этот метод используется для уменьшения размера данных путем удаления повторяющихся фрагментов в последовательностях символов. На вход алгоритму подается последовательность символов, которую нужно сжать. Создается словарь, в котором хранятся все возможные комбинации символов из исходной последовательности. Затем алгоритм последовательно просматривает исходную последовательность и находит самую длинную подстроку, которая уже встречалась в последовательности. Далее алгоритм записывает только ее индекс в словаре и длину. Алгоритм может быть реализован на любом языке программирования и имеет небольшую сложность по времени выполнения. Кроме того, метод LZ не требует предварительного знания о структуре данных, что позволяет использовать его для сжатия различных типов файлов.

II. Метод Хаффмана - это алгоритм сжатия данных, который был разработан Дэвидом Хаффманом в 1952 году. Он используется для сжатия данных путем присвоения более коротких кодов наиболее часто встречающимся символам. Алгоритм Хаффмана начинается с анализа исходной последовательности символов и подсчета частоты встречаемости каждого символа. Затем на основе этих данных строится дерево Хаффмана - двоичное дерево, в котором каждый лист представляет собой символ, а каждый узел - сумму частот символов в его поддереве. Для сжатия данных используется кодирование Хаффмана, при котором каждому символу в последовательности присваивается уникальный бинарный код. Более часто встречающимся символам присваиваются более короткие коды, что позволяет сократить

размер данных. При декодировании данных используется дерево Хаффмана для перевода бинарного кода в последовательность символов. Метод Хаффмана является одним из наиболее эффективных методов сжатия данных, особенно для текстовых файлов. Кроме того, алгоритм Хаффмана может быть расширен для сжатия данных с использованием адаптивного кодирования Хаффмана, которое может адаптироваться к изменению статистики символов во время сжатия.

III. Метод RLE (Run-Length Encoding) - это один из наиболее простых методов сжатия данных без потерь, который используется для сокращения размера последовательностей повторяющихся символов. Алгоритм RLE начинается с анализа исходной последовательности символов и поиска повторяющихся блоков. Затем каждый блок заменяется на пару значений - символ и количество его повторений в последовательности. Например, последовательность "AAAAAABBBBB" может быть сжата до "A6B5". Преимуществом метода RLE является его простота и быстрота работы. Кроме того, он может быть эффективен для сжатия данных с большим количеством повторяющихся символов, таких как изображения или звуковые данные.

Архивирование файлов - это процесс объединения нескольких файлов в один файл, который затем можно распаковать в их исходное состояние.

Рассмотрим несколько основных методов архивирования [1]:

A. Метод ZIP - это наиболее распространенный метод архивирования файлов. Он позволяет создавать архивы, которые содержат несколько файлов и папок, и может быть использован для сжатия файлов, чтобы уменьшить их размер. Метод ZIP используется во многих операционных системах, включая Windows и Mac OS.

B. Метод RAR - это метод архивирования, который позволяет создавать архивы с более высокой степенью сжатия, чем метод ZIP. Этот метод также позволяет создавать архивы с защитой паролем и дополнительными функциями, такими как восстановление поврежденных файлов. Формат RAR также используется во многих операционных системах.

C. Метод 7z - это относительно новый метод архивирования, который использует алгоритм LZMA (Lempel-Ziv-Markov chain algorithm). Этот метод обеспечивает более высокую степень сжатия, чем методы ZIP и RAR, и поддерживает многие дополнительные функции, такие как защита паролем и шифрование.

Сжатие и архивирование файлов нашли широкое применение во многих областях, включая компьютерную графику, аудио и видео, базы данных и Интернет. В области компьютерной графики сжатие файлов используется для сокращения размера изображений, что позволяет уменьшить время загрузки и улучшить производительность. Также сжатие используется для уменьшения размера 3D-моделей, используемых в играх и визуализации.

Аудио и видеофайлы часто сжимаются, чтобы уменьшить размер файлов и улучшить производительность при воспроизведении. В этой области используются специализированные алгоритмы сжатия, такие как MP3 и MPEG.

В области баз данных сжатие используется для уменьшения размера файлов базы данных и ускорения доступа к данным. Это может быть особенно полезно для больших баз данных, где размер файлов может быть значительным.

В Интернете сжатие и архивирование файлов используются для уменьшения времени загрузки веб-страниц и других типов файлов. Это может улучшить производительность и уменьшить нагрузку на сеть.

**Заключение.** В заключении следует сказать, что сжатие и архивирование файлов являются важными инструментами для управления файлами и улучшения производительности компьютерной системы. В этой статье мы рассмотрели некоторые из основных методов сжатия и архивирования файлов, а также их применение в различных областях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сэломон, Д. Сжатие данных, изображения и звука / Д. Сэломон. - М.: Техносфера, 2004. - 368 с.

## **Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект**

---

---

**XII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект

**СТАТЬИ СТУДЕНТОВ**

---

---

**ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ  
ПРОБЛЕМЫ КЛАССИФИКАЦИИ И ОБНАРУЖЕНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ  
ОБЪЕКТОВ**

**Буть Амалия Андреевна**

*УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,*

*факультет математики и информатики, 3 курс,*

*Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Ю. М. Вувуникян, профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», доктор физико-математических наук, профессор.

В работе проведен краткий анализ существующих моделей работы с изображениями, изучены современные алгоритмы классификации изображений, продемонстрирована возможность классификации изображений с помощью нейронной сети сверточного типа. На основе полученных сведений сделаны выводы об относительно удачных сочетаниях различных алгоритмов в структуре нейронных сетей при классификации астрономических объектов. В среде Google Colaboratory [1] создан проект по созданию web-приложения с использованием библиотек Streamlit, реализовано приложение, с помощью которого сделана попытка произвести классификацию изображений астрономических объектов на основе заранее обученной нейронной сети.

**Ключевые слова:** искусственная нейронная сеть, классификация, астрономический объект.

**Введение.** Развитие технологий компьютерного зрения повлияло на большое количество профессиональных областей. Нейронные сети применяют при распознавании лиц, в медицине для распознавания снимков, в системах навигации авиатехники и автомобилей; с недавнего времени, для классификации снимков астрономических объектов, полученных с телескопов. В настоящее время появилась возможность обучать глубокие нейронные сети, поскольку мощность вычислительной техники возросла, а также стало возможным использование баз данных [2]. Для задачи распознавания изображений наиболее удобным является применение сверточных нейронных сетей. Применение данного вида нейронных сетей получило широкое распространение в медицинской практике. В астрономии, на аэрокосмических снимках, благодаря наличию широкого спектра информации, анализ которого позволяет определить и отследить динамику состояния астрономических объектов. В то же время, автоматизированное обнаружение и классификация астрономических объектов на снимках, позволяет снизить нагрузку на специалистов – ученых-астрономов, повысить эффективность обработки данных и как следствие, повысить точность определения, в следствие чего искусственные нейронные сети остаются приоритетным направлением развития информационных технологий.

Перспективным решением поставленной задачи автоматизированного обнаружения и классификации астрономических объектов на аэрокосмических снимках являются применение сверточных нейронных сетей, которые занимают лидирующие позиции, среди программных средств, применяемых для обработки и анализа изображений [3].

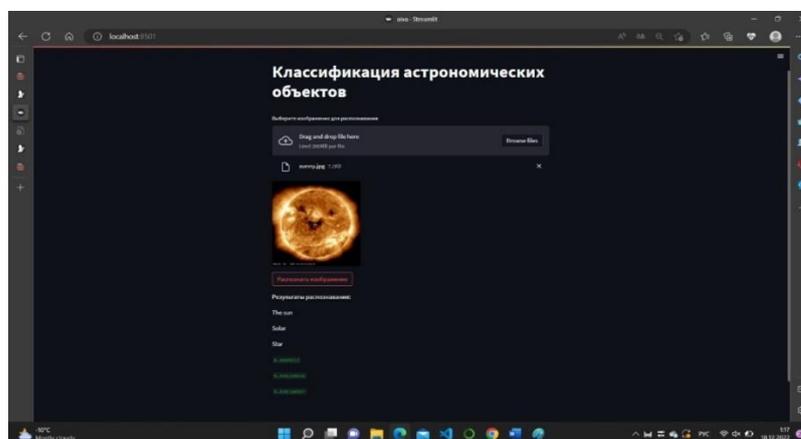
**Основная часть.** Наряду с использованием нейронных сетей в различных областях техники (в системах навигации авиатехники и автомобилей, в медицине при анализе

рентгеновских снимков) возникла идея применения нейронных сетей для классификации снимков астрономических объектов, полученных с телескопов [4].

В процессе анализа полученных снимков возникают трудности идентификации и различия источников излучения различного вида, находящихся на огромных расстояниях, трудно различить, например, звезду с галактикой, или квазар со сверхновой [5].

Перспективным решением задачи автоматизированного обнаружения и классификации астрономических объектов на аэрокосмических снимках являются применение сверточных нейронных сетей, которые занимают лидирующие позиции, среди программных средств, применяемых для обработки и анализа изображений [6].

**Заключение.** Таким образом, была сделана попытка проанализировать новейшие методы и подходы для классификации изображений. Рассмотрены виды, задачи и методы работы нейронных сетей [7]. Приведены примеры нескольких реализованных проектов по созданию и использованию сверточной нейронной сети для классификации астрономических объектов. Изучены принципы их работы, выделены преимущества перед механическим изучением снимков. На основе библиотек, специализирующихся на задачах машинного обучения, а также применяя заранее обученные нейронные сети, такие как EfficientNet [8], предложено решение для классификации снимков астрономических объектов. В частности, на основе библиотек Streamlit был создан пользовательский web-интерфейс [9], посредством которого определяется три наиболее вероятных класса, к которым может относиться анализируемое изображение (рисунок 1).



**Рисунок 1 – Web-интерфейс собственного решения**

#### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Jupyter [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://jupyter.org/>. – Дата доступа: 18.03.2023.
2. Круглов, В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В.В. Круглов, В.В. Борисов. – М, 2002. – 382 с.
3. Обнаружение аномалий в переходном объекте Цвикки DR3 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://academic.oup.com/mnras/article-abstract/502/4/5147/6129794/>. – Дата доступа: 18.03.2023.
4. Нейросеть распознает космические объекты на снимках телескопов. – Режим доступа: <https://naked-science.ru/article/astronomy/nejroset-raspoznat-kosmicheskie-obekty>. – Дата доступа: 18.03.2023.
5. Быстрое обнаружение сверхновых с помощью нейронных сетей https [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://blog.tensorflow.org/2020/09/fast-supernova-detection-using-neural-networks.html>. – Дата доступа: 18.03.2023.
6. Головкин, В. А. Нейросетевые технологии обработки данных / В.А. Головкин, В.В. Краснопрошин – Минск: БГУ, 2017 – 241 с.
7. Нейронные сети перцептрон [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php>. – Дата доступа: 18.03.2023.
8. EfficientNet [Electronic resource] // Mode of access: <https://paperswithcode.com/method/efficientnet>. – Date of access: 18.03.2023.
9. Streamlit. Поиск кратчайшего пути [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/568836/>. – Дата доступа: 18.03.2023.

## **Часть 2. Тезисы докладов школьников**

### **Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ**

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**ИНВАРИАНТ ТРЕХ ТАБЛИЦ**

**А. И. Астапенко**

*ГУО «Сорочская средняя школа Любанского района, 9 класс,  
Любань, Минская область, Беларусь*

Научный руководитель – Н. А. Астапенко, учитель математики ГУО «Сорочская средняя школа Любанского района», высшая кв. категория учителя математики.

Основой исследования стала задача M2478 из журнала «Квант» [1, с. 15]:

Дана «таблица умножения»  $n \times n$ , т.е. таблица, в которой на пересечении строки с номером  $k$  и столбца с номером  $p$  записано число  $kp$ . Клетки таблицы покрасили в шахматном порядке так, что клетка с числом 1 – черная. Найдите сумму чисел во всех черных клетках.

В данной работе я исследовал своё обобщение приведённой выше задачи в следующей постановке.

**Общая постановка задачи.**

Даны три таблицы: таблица натуральных чисел  $n \times n$  (в каждую клетку таблицы записано по возрастанию натуральное число от 1 до  $n^2$  (каждое по одному разу)); таблица сложения  $n \times n$  (каждое число таблицы есть сумма номера строки и номера столбца, в которых оно стоит); таблица умножения  $n \times n$  (каждое число таблицы есть произведение номера строки и номера столбца, в которых оно стоит). Клетки таблиц покрасили в шахматном порядке так, что клетка в левом верхнем углу – черная. Найдите суммы чисел во всех черных и белых клетках таблиц, а также оцените возможные значения их отношений.

**Объект исследования:** три таблицы (таблица натуральных чисел, таблица сложения и таблица умножения).

**Предмет исследования:** суммы чисел в черных и белых клетках трех рассматриваемых таблиц и их отношения при шахматной раскраске.

**Цель:** найти суммы чисел во всех черных и белых клетках, оценить возможные значения отношения сумм чисел в черных и белых клетках трех рассматриваемых таблиц при шахматной раскраске.

**Гипотеза исследования:** отношения сумм чисел в черных и белых клетках трех рассматриваемых таблиц при шахматной раскраске обладают общим свойством.

*Актуальность работы* заключается в том что, несмотря на большую популярность и уникальные свойства трех рассматриваемых таблиц (таблицы натуральных чисел, таблицы сложения и таблицы умножения), имеется удивительно мало исследований посвященных вопросу их общих свойств.

В работе проведено частное исследование для трех рассматриваемых таблиц размером  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $6 \times 6$ ,  $7 \times 7$ , проведены вычисления в общем виде для трех рассматриваемых таблиц размером  $n \times n$ .

**Заключение.** В ходе проведенного исследования получены следующие результаты ( $S$  – сумма чисел во всех клетках таблицы;  $S_1$  – сумма чисел, стоящих в чёрных клетках таблицы;  $S_2$  – сумма чисел, стоящих в белых клетках таблицы):

	Таблица 1 (таблица натуральных чисел)		Таблица 2 (таблица сложения)		Таблица 3 (таблица умножения)	
$n$	четное число	нечетное число	четное число	нечетное число	четное число	нечетное число
$S$	$\frac{n^2 \cdot (n^2 + 1)}{2}$		$n^2 \cdot (n + 1)$		$\frac{n^2 \cdot (n + 1)^2}{4}$	
$S_1$	$\frac{n^2 \cdot (n^2 + 1)}{4}$	$\frac{(n^2 + 1)^2}{4}$	$\frac{n^2 \cdot (n + 1)}{2}$	$\frac{(n + 1)(n^2 + 1)}{2}$	$\frac{n^2 \cdot (n^2 + 2n + 2)}{8}$	$\frac{(n + 1)^2 \cdot (n^2 + 1)}{8}$
$S_2$		$\frac{(n^2 + 1) \cdot (n^2 - 1)}{4}$		$\frac{(n + 1)(n^2 - 1)}{2}$	$\frac{n^3 \cdot (n + 2)}{8}$	$\frac{(n + 1)^2 \cdot (n^2 - 1)}{8}$
$\frac{S_1}{S_2}$	1	$1 + \frac{2}{n^2 - 1}$	1	$1 + \frac{2}{n^2 - 1}$	$1 + \frac{2}{n^2 + 2n}$	$1 + \frac{2}{n^2 - 1}$

1. Для двух таблиц (таблицы натуральных чисел и таблицы сложения) размером  $n \times n$  при шахматной раскраске отношения  $\frac{S_1}{S_2}$  совпадают при всех значениях  $n$ ; для всех трех

таблиц отношения  $\frac{S_1}{S_2}$  совпадают при нечетных значениях  $n$ .

2. Для всех трех таблиц размером  $n \times n$  при шахматной раскраске при увеличении  $n$  суммы  $S_1$  и  $S_2$  увеличиваются, причем сумма  $S_2$  увеличивается быстрее или одинаково относительно  $S_1$ , поэтому отношение  $\frac{S_1}{S_2}$  уменьшается или равно 1 соответственно. Если  $n$

будет стремиться к бесконечности, то отношение  $\frac{S_1}{S_2}$  будет стремиться к 1.

3. Для всех трех таблиц размером  $n \times n$  при шахматной раскраске  $1 \leq \frac{S_1}{S_2} \leq 1 \frac{1}{4}$ .

Новизна результатов исследования заключается в том, что мне удалось найти инвариант трех таблиц, а именно: отношения сумм чисел в черных и белых клетках при шахматной раскраске во всех трех рассматриваемых таблицах равны 1 или стремятся к 1.

Таким образом, моя гипотеза подтвердилась полностью.

Числа пронизывают различные сферы жизни человека. Еще великий Пифагор утверждал, что все вещи в мире можно представить в виде чисел. Формулировки проблем, которые изучает теория чисел, зачастую столь просты, что понятны любому школьнику, а решения многих из этих проблем так сложны, что некоторые из них не решены до сих пор, несмотря на то, что ими занимались крупнейшие ученые – и не одно столетие.

В дальнейшем я продолжу свою работу для того, чтобы найти другие общие свойства рассматриваемых мною таблиц.

*Возможности практического использования результатов исследования:* всю работу и ее фрагменты можно использовать на уроках математики и на факультативных занятиях при решении различных математических задач.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Задача M2478 // Квант – 2017. – №9.
2. Арефьева, И.Г. Алгебра: учебное пособие для 9-го класса / И.Г. Арефьева, В.М.Пирютко - Минск: Народная асвета, 2019.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**ЦИФРЫ И СПИЧКИ**

**А. М. Менько<sup>1</sup>, Д. Д. Сытая<sup>2</sup>**

*ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно»,  
5 «Б» класс<sup>1</sup>, 11 «А» класс<sup>2</sup>  
Гродно, Беларусь*

Научные руководители:

- Е. Е. Кулеш, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики ГрГУ им. Я. Купалы, кандидат физ.-мат. наук, доцент, учитель математики ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно».
- Е. А. Чутора, учитель математики ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно», вторая кв. категория учителя математики.

В работе исследуется вопрос о количестве спичек, используемых для записи натуральных чисел с помощью цифр, представленных на экране стандартного калькулятора. Постановку задачи можно сформулировать следующим образом:

Пункт 1. Нахождение наибольшего и наименьшего натурального числа, которые можно сложить из 15, 100 и  $N$  спичек.

Пункт 2. Нахождение количества спичек, которые понадобятся, чтобы выложить первые 100 натуральных чисел,  $P$  натуральных чисел.

Пункт 3. А) Нахождение наименьшего ( $m$ ) и наибольшего ( $M$ ) количества спичек, которые понадобятся, чтобы выложить какое-нибудь 100-значное число. Другими словами, если натуральное число  $k < m$ ,  $k > M$ , то из  $k$  спичек нельзя сложить никакое 100-значное число. Б) Нахождение наименьшего и наибольшего 100-значного числа, которое можно выложить, используя  $m$  и  $M$  спичек. В) Нахождение наименьшего и наибольшего 100-значного числа, которое можно выложить из  $k$  спичек.

Пункт 4. Исследовать вопросы пункта 3 при условии, что необходимо выложить произвольное  $n$ -значное число.

*Объектом* исследования являются натуральные числа, записанные с помощью цифр, представленных на экране стандартного калькулятора. *Предметом* исследования являются наименьшее и наибольшее число спичек, необходимых для выкладывания натурального числа. *Цель работы*: определить алгоритм вычисления количества спичек, необходимых для записи натуральных чисел с помощью цифр на экране калькулятора. Основным *методом* исследования является метод позиционной записи натурального числа, а также метод анализа взаимосвязи между значением натурального числа и числом спичек, необходимых для его выкладывания.

Чтобы число было наибольшим, нужно, чтобы оно содержало как можно больше разрядов и цифры, стоящие в первых разрядах, были больше, чем цифры, стоящие в следующие разрядах. Так как наименьшее число спичек идёт для образования цифры 1, то будем строить максимальное число цифр 1. Чтобы число было минимальным, нужно, чтобы оно содержало как можно меньше разрядов. Наибольшее число спичек содержит цифра 8.

Для 15 спичек  $\max=7111111$ ,  $\min=108$ . Для 100 спичек  $\max=\underbrace{1\dots1}_{50}$ ,  $\min=\underbrace{18\dots8}_{14}$ . Для  $N>1$  спичек, если  $N$  чётное, то  $\max=\underbrace{1\dots1}_{\frac{N}{2}}$ , если  $N$  нечётное, то  $\max=\underbrace{71\dots1}_{\frac{N-3}{2}}$ . Минимальное число

имеет разный вид в зависимости от остатка от деления  $N$  на 7 (более подробно в работе).

Формула (1) позволяет найти количество спичек, которое понадобится, чтобы выложить первые  $P$  натуральных чисел.

$$\begin{aligned}
 S(P) = & x_{a_1} (\overline{a_2 a_3 \dots a_k} + 1) + x_{a_2} (\overline{a_3 a_4 \dots a_k} + 1) + \dots + x_{a_s} (\overline{a_{s+1} a_{s+2} \dots a_k} + 1) + \dots + \\
 & + x_{a_{k-2}} (\overline{a_{k-1} a_k} + 1) + x_{a_{k-1}} (a_k + 1) + x_{a_k} - \underbrace{11\dots11}_k \cdot x_0 + \overline{a_1 a_2 \dots a_{k-1}} \cdot \sum_{i \geq a_k} x_k + \\
 & + (\overline{a_1 a_2 \dots a_{k-1}} + 1) \cdot \sum_{i < a_k} x_k + \overline{a_1 a_2 \dots a_{k-2}} \cdot 10 \cdot \sum_{i \geq a_{k-1}} x_k + (\overline{a_1 a_2 \dots a_{k-2}} + 1) \cdot 10 \cdot \sum_{i < a_{k-1}} x_k + \\
 & + \overline{a_1 a_2 \dots a_{k-3}} \cdot 100 \cdot \sum_{i \geq a_{k-2}} x_k + (\overline{a_1 a_2 \dots a_{k-3}} + 1) \cdot 100 \cdot \sum_{i < a_{k-2}} x_k + \dots + \\
 & + \overline{a_1 a_2 \dots a_{s-1}} \cdot 10^{k-s} \cdot \sum_{i \geq a_s} x_k + (\overline{a_1 a_2 \dots a_{s-1}} + 1) \cdot 10^{k-s} \cdot \sum_{i < a_s} x_k + \dots + \\
 & + a_1 \cdot 10^{k-2} \cdot \sum_{i \geq a_2} x_k + (a_1 + 1) \cdot 10^{k-2} \cdot \sum_{i < a_2} x_k + 10^{k-1} \cdot \sum_{i < a_1} x_k.
 \end{aligned} \tag{1}$$

При исследовании исходной постановки задачи был выведен алгоритм для нахождения наименьшего ( $m$ ) и наибольшего ( $M$ ) количества спичек. Данный алгоритм заключается в следующем. Пусть  $200 \leq k \leq 700$ . Сделаем сначала 100-разрядное число, состоящее из единиц  $\underbrace{1\dots1}_{100}$ . На это потратится 200 спичек. Оставшиеся  $k-200$  спичек используем, чтобы сделать из  $\underbrace{1\dots1}_{100}$  наименьшее или наибольшее число.

Для наименьшего числа: оставляем первую 1, а далее, начиная со второй 1 и далее преобразуем их в 0, добавляя каждой по 4 спички. Если 1 не закончились, но осталось меньше четырёх спичек, то самую последнюю 1 преобразуем в 2, если осталось 3 спички; в 4, если осталось 2 спички; в 7, если осталась 1 спичка. Если дошли до конца числа, а спички ещё остались, то начиная с последнего 0 преобразуем их в 8, добавляя по 1 спичке каждому. Если дошли до первого 0 (стоящего во 2-ом разряде), а спички ещё остались, то делаем минимальное число из 1, стоящей в первом разряде, возможно забрав снова у первых 8-рок по 1 палочке, преобразуя их в 0, чтобы цифру первого разряда сделать меньше.

Для наибольшего числа: начиная с первой 1 преобразуем их в 9, добавляя каждой по 4 спички. Если на пути преобразования 1 в 9 не дошли до конца, но осталось менее 4-х спичек, то преобразуем следующую 1 в 5, если осталось 3 спички; в 4, если осталось 2 спички; в 7, если осталась 1 спичка. Если дошли до конца числа, а спички ещё остались, то начиная с последней 9 преобразуем их в 8, добавляя по 1 спичке.

Например, если  $200 < k \leq 596$ , то  $k-200=4p+q$ , где  $p=0,1,\dots,99$ ,  $q=0,1,2,3$ . Тогда если  $q=0$ , то  $\min=10\dots01\dots1$ ,  $\max=\underbrace{9\dots91\dots1}_p$ . Если  $q=1$ , то  $\min=10\dots01\dots17$ ,  $\max=\underbrace{9\dots971\dots1}_p$ . Если  $q=2$ , то  $\min=10\dots01\dots14$ ,  $\max=\underbrace{9\dots941\dots1}_p$ . Если  $q=3$ , то  $\min=10\dots01\dots12$ ,  $\max=\underbrace{9\dots951\dots1}_p$ .

**Заключение.** В ходе исследования исходной постановки задачи был определён алгоритм вычисления количества спичек, необходимых для записи натуральных чисел с помощью цифр на экране калькулятора, а также выведены формулы для подсчёта количества спичек, которое понадобится, чтобы выложить первые  $P$  натуральных чисел, приведены примеры, показывающие применение данных формул. В данной работе также найдены наименьшее и наибольшее 100-значное и  $n$ -значное числа, которые можно выложить из  $k$  спичек. Таким образом, поставленная задача решена в полном объёме.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**В ТРАВЕ СИДЕЛ КУЗНЕЧИК**

**С. В. Микулёнок, Е. Д. Шувалова**

*ГУО «Лошницкая гимназия Борисовского района», 7, 9 классы,  
аг. Лошница, Беларусь*

Научный руководитель – Н.П. Лепленко, учитель математики ГУО «Лошницкая гимназия Борисовского района», высшая кв. категория учителя математики.

В работе исследуются условия попадания кузнечика в исходную точку при заданных условиях.

Цель работы: определение местоположения кузнечика при прыжках согласно правилу, определенному в конкретном пункте.

В результате исследования впервые были получены следующие результаты:

1. Если кузнечик прыгает прыжками, длина которых представляет ряд последовательных натуральных чисел, начиная с 1, то он может попасть в исходную точку при  $n \equiv 0 \pmod{4}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{4}$ , где  $n$  обозначает количество прыжков.

2. Если кузнечик прыгает прыжками, длина которых представляет ряд последовательных натуральных чисел, начиная с 1, то он может попасть в точки  $\{S\} \cup \{S - 2p\}$ ,  $p \in [1; S]$ , где  $S$  обозначает сумму длин всех прыжков.

3. Если кузнечик прыгает прыжками, длина которых представляет ряд последовательных натуральных чисел, начиная с  $k$ , то он может попасть в исходную точку при  $n \equiv 1 \pmod{4}$  и четном  $k$ , при  $n \equiv 3 \pmod{4}$  и нечетном  $k$ , при  $n \equiv 0 \pmod{4}$  и любом  $k$ , где  $n$  обозначает количество прыжков.

4. Если кузнечик прыгает прыжками, длина которых представляет ряд нечетных натуральных чисел, начиная с 1, то он может попасть в исходную точку при  $n \equiv 0 \pmod{4}$  и  $n \equiv 2 \pmod{4}$ , где  $n$  обозначает количество прыжков.

5. Если кузнечик прыгает прыжками, длина которых представляет ряд нечетных натуральных чисел, начиная с 1, то он может попасть в точки  $\{S\} \cup \{S - 2p\}$ ,  $p \neq 2$ ,  $p \neq S - 2$ , где  $S$  обозначает сумму длин всех прыжков.

6. Если кузнечик прыгает прыжками, длина которых представляет ряд степеней двойки, начиная с 2, он не сможет попасть в исходную точку ни при каких  $n$ , где  $n$  обозначает количество прыжков.

**ХІІІ Республіканская навуčno-практычная канферэнцыя-конкурс  
навуčno-даследавальскіх работ учащихся сярэдніх,  
сярэдніх спецыяльных учебных заведений и студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омэге...»  
Секцыя 1. Алгебра, геаметрыя і матэматычны аналіз  
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНИКОВ**

**ДЕЛИМОСТИ В ДРОБЯХ**

**А. А. Пилецкий<sup>1</sup>, И. О. Драгомерецкий<sup>2</sup>**

*ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно»,  
7 «А» класс<sup>1</sup>, 11 «А» класс<sup>2</sup>  
Гродно, Беларусь*

Научные руководители:

– Е. Е. Кулеш, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики ГрГУ им. Я. Купалы, кандидат физ.-мат. наук, доцент, учитель математики ГУО «Гимназия № 10 г. Гродно».

– Е. А. Чутора, учитель математики ГУО «Гимназия № 10 г. Гродно», вторая кв. категория учителя математики.

В работе исследуется дробь вида

$$\frac{(x^k - y^k)^n}{x^m - y^m}, \quad n, m, k \in \mathbb{N}, \quad m > k, \quad x, y \in \mathbb{N}, \quad x > y, \quad \text{НОД}(x, y) = 1. \quad (1)$$

Ставится задача найти все значения переменных, при которых указанная дробь будет целой.

*Объектом* исследования является выражение (1) с натуральными значениями входящих в него переменных. *Предметом* исследования является взаимосвязь между переменными  $x, y, n, m, k$  при которой дробь (1) принимает целые значения. *Цель работы*: найти все значения переменных  $x, y, n, m, k$ , при которых дробь (1) принимает целые значения. Основным *методом* исследования является метод исследования делимости различных частей уравнения на некоторые числа, а также метод сравнения полученных уравнений с известными в литературе уравнениями.

**Утверждение 1.** Условие  $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2} \in \mathbb{Z}$  невозможно ни при каких  $x, y$ .

**Утверждение 2.** Условие  $\frac{(x-y)^n}{x^2-y^2} \in \mathbb{Z}$  выполнено только при  $n \geq 3$  и  $(x, y)$

удовлетворяющих

$$(x, y) = (2^k - (2i-1); 2i-1), \quad i = 1, 2, \dots, 2^{k-2}, \quad k = 2, 3, \dots, n-1. \quad (2)$$

*Доказательство.* 
$$\frac{(x-y)^n}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)^n}{(x-y)(x+y)} = \frac{(x-y)^{n-1}}{x+y} = \frac{((x+y)-2y)^{n-1}}{x+y} = (x+y)^{n-2} -$$

$$-C_{n-1}^1(x+y)^{n-3}2y + \dots + (-1)^{n-3}C_{n-1}^{n-3}(x+y)(2y)^{n-3} + (-1)^{n-2}C_{n-1}^{n-2}(2y)^{n-2} + \frac{(-1)^{n-1}(2y)^{n-1}}{x+y}.$$

Чтобы  $\frac{(x-y)^n}{x^2-y^2} \in \mathbb{Z}$  необходимо и достаточно, чтобы  $\frac{(2y)^{n-1}}{x+y} \in \mathbb{Z}$ . Тогда  $2^{n-1} \cdot y^{n-1} \div (x+y)$ .

Заметим, что  $y^{n-1} \nmid (x+y)$ , т.к.  $\text{НОД}(x, y) = 1$ . Значит  $2^{n-1} \div (x+y)$  т.е.  $2^{n-1} = p(x+y)$ ,  $p \in \mathbb{N}$ .

Отсюда следует  $x + y = 2^k, k = 2, 3, \dots, n-1$ . Учитывая, что  $\text{НОД}(x, y) = 1$ ,  $x$  и  $y$  – нечетны. Тогда имеет место (2).

**Утверждение 3.** Условие  $\frac{(x-1)^n}{x^m-1} \in \mathbb{Z}$  не выполнено ни при каких значениях  $n, m, x \in \mathbb{N}, x > 1, m > 2$ .

*Доказательство.* Пусть  $\frac{(x-1)^n}{x^m-1} \in \mathbb{Z}$ . Тогда

$$(x-1)^n = p(x^m-1), p \in \mathbb{N}. \quad (3)$$

Возможны два случая. 1) Найдется  $n^* \leq n$ , что  $(x-1)^{n^*} = x^m - 1$ . При этом  $p = (x-1)^{n-n^*}$ . Будем искать в натуральных числах решение задачи

$$x^m - (x-1)^{n^*} = 1. \quad (4)$$

Если  $n^* > 1$ , то этот случай описывается Гипотезой Каталана, доказанной в 2002г. Она утверждает, что единственным решением уравнения

$$x^a - y^b = 1 \quad (5)$$

в натуральных числах является  $x = 3, a = 2, y = 2, b = 3$ , т.е.  $3^2 - 2^3 = 1$ . Значит уравнение (4) имеет единственное решение  $x = 3, m = 2$  которое не удовлетворяет условию  $m > 2$ .

Если  $n^* = 1$ , то уравнение (4) примет вид  $x^m = x$ , которое имеет единственное натуральное решение  $x = 1$ , что не удовлетворяет условию.

2) Число  $(x-1)^n$  можно представить в виде  $(x-1)^n = pb, p, b \in \mathbb{N}, p \neq 1, b \neq 1$ , причем (3) примет вид  $b = x^m - 1$ . Тогда, с учетом  $x = (pb)^{\frac{1}{n}} + 1$ , получим  $b = \left( (pb)^{\frac{1}{n}} + 1 \right)^m - 1$ , откуда

$$(b+1)^{\frac{1}{m}} - (pb)^{\frac{1}{n}} = 1. \quad (6)$$

Уравнение (6) – это уравнение вида (5), где  $x = (b+1)^{\frac{1}{m}}, y = (pb)^{\frac{1}{n}}, a = m, b = n$ . Значит оно имеет единственное решение  $m = 2, n = 3, b + 1 = 81, pb = 512$ . Но по условию должно быть  $m > 2$ . Т.о., (6) не имеет решений ни при каких значениях переменных.

Значит условие (3) не может быть выполнено и исходная дробь не может быть целой ни при каких  $m > 2$ .

**Утверждение 4.** Условие  $\frac{(x-y)^n}{x^m-y^m} \in \mathbb{Z}$  не выполнено ни при каких значениях  $n, m, x, y \in \mathbb{N}, x > y, m > 2, \text{НОД}(x, y) = 1$ .

**Утверждение 5.** Условие  $\frac{(x^k-y^k)^n}{x^m-y^m} \in \mathbb{Z}$  не выполнено ни при каких значениях  $n, m, k, x, y \in \mathbb{N}, x > y, m > k > 1, \text{НОД}(x, y) = 1$ .

Доказательство утверждений 4, 5 аналогично доказательству утверждения 3. В нем используются гипотезы Каталана, Ферма-Каталана, Великая теорема Ферма.

**Заключение.** Поставленная задача решена в полном объеме. Выражение (1) исследовано при всех значениях входящих в него параметров. Выявлены случаи, когда данная дробь является целой и доказано что при остальных значениях параметров дробь не будет таковой.

Результаты данных исследований могут применяться при подготовке учащихся к математическим олимпиадам, турнирам, при проведении факультативов, а также при дальнейшем исследовании похожих тем.



необходимо для каждой точки из множества А поставить в пару каждую точку из множества В. То есть из множества А можно выбрать одну точку  $n$  способами, а значит из множества В -  $m$  способами. Тогда получим следующее утверждение.

**Утверждение 4.** Если на плоскости отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, и необходимо построить отрезки, у которых один конец синий, а другой красный, то количество построенных отрезков может быть найдено как  $n \cdot m$ .

**2.2. Рассмотрим плоскость на которой отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Необходимо определить сколько существует отрезков с концами одинакового цвета.**

**Утверждение 5.** Если на плоскости отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, и необходимо построить отрезки, у которых оба конца одинакового цвета, то количество построенных отрезков может быть найдено как  $(n-1)! + (m-1)!$ , где  $(n-1)!$  - количество отрезков на концах которых синие точки, а  $(m-1)!$  - количество отрезков на концах которых красные точки.

**3.1. Определить сколько существует треугольников с вершинами одинакового цвета, с учетом того, что на плоскости отмечено  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой.**

**Утверждение 6.** Если на плоскости отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, то существует  $\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{m!}{3!(m-3)!}$  треугольников с вершинами одинакового цвета, при  $n \geq 3, m \geq 3$ .

**3.2. Определить сколько существует треугольников, у которых не все вершины одинакового цвета, с учетом того, что на плоскости отмечено  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой.**

**Утверждение 7.** Если на плоскости отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, то существует  $\frac{(n+m)!}{3!(n+m-3)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{m!}{3!(m-3)!}$  треугольников у которых не все вершины одинакового цвета, при  $n \geq 3, m \geq 3$ .

**4. Определить сколько существует различных треугольников с вершинами в отмеченных точках, если 4 различных из них отмечены на одной из параллельных прямых, а 5 различных - на другой.**

**Утверждение 8.** Существует 70 различных треугольников с вершинами в отмеченных точках, если 4 различных из них отмечены на одной из параллельных прямых, а 5 различных - на другой.

**Заключение.** При исследовании данной задачи в нашей работе нами были получены следующие результаты и выводы: 1) существует  $m^n$  различных способов поселить  $n$  человек в  $m$  различных комнат, где  $n, m \in \mathbb{N}$ ; 2) можно  $m^n - m$  различными способами поселить  $n$  человек в  $m$  различных комнат, так чтобы ни одна из комнат не осталась пустой, где  $n, m \in \mathbb{N}$ , 3) количество построенных отрезков может быть найдено как  $n \cdot m$ , где на плоскости отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек, причем так, что никакие три из них не лежат на одной прямой; 4) количество построенных отрезков на плоскости может быть найдено как  $(n-1)! + (m-1)!$ , где  $(n-1)!$  - количество отрезков на концах которых синие точки, а  $(m-1)!$  - количество отрезков на концах которых красные точки; 5) существует  $\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{m!}{3!(m-3)!}$  треугольников с вершинами одинакового цвета и  $\frac{(n+m)!}{3!(n+m-3)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{m!}{3!(m-3)!}$  треугольников у которых не все вершины одинакового цвета, при условии, что на плоскости отмечены  $n$  синих и  $m$  красных точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, при  $n \geq 3, m \geq 3$ .

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Задания ТЮМ-2020.pdf [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://vk.com/doc34190314\\_574025091?hash=J6tt7no6JyFSyZWj89rO4Q9KbNO4sNMZ3MmZWf9zE98](https://vk.com/doc34190314_574025091?hash=J6tt7no6JyFSyZWj89rO4Q9KbNO4sNMZ3MmZWf9zE98). – Дата доступа: 05.02.2023.

**ХІІІ Республіканская навуčno-практычная канферэнцыя-конкурс  
навуčno-ісследаватэльных работ учащихся средних,  
средних спецыяльных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

**НОВЫЕ ЦИФРЫ**

**В. А. Савашинский<sup>1</sup>, К. А. Рыкунов<sup>2</sup>**

*ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно»,  
7 «А» класс<sup>1</sup>, 11 «А» класс<sup>2</sup>  
Гродно, Беларусь*

Научные руководители:

– Е. Е. Кулеш, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики ГрГУ им. Я. Купалы, кандидат физ.-мат. наук, доцент, учитель математики ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно».

– Е. А. Чутора, учитель математики ГУО «Гимназия № 10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно», вторая кв. категория учителя математики.

В работе исследуются множества  $M = \{a_0, a_1, \dots, a_9\}$  где  $a_0, a_1, \dots, a_9$  — целые числа, которые мы будем называть цифрами. Натуральные числа будем записывать в десятичной системе счисления, но будем использовать цифры из набора  $M$ . Для удобства записей, для чисел 10, 11, 12, ... будем использовать буквы латинского алфавита  $A, B, C, \dots$  соответственно, а для записи чисел  $-1, -2, -3, \dots, -9, -10, \dots$  будем использовать  $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots, \bar{9}, \bar{A}, \dots$ . Ставится задача найти условия, которым должен удовлетворять набор цифр  $a_i$  для того, чтобы любое натуральное число можно было записать, используя этот набор.

*Объектом* исследования является множество  $M$  со значениями входящих в него переменных. *Предметом* исследования является взаимосвязь между элементами множества  $M$  и возможностью записать все натуральные числа с использованием этих элементов. *Цель работы*: определить, каким условиям должен удовлетворять набор цифр  $a_i$  для того, чтобы любое натуральное число можно было записать, используя этот набор. Основным *методом* исследования является построение алгоритма записи натуральных чисел с использованием новых цифр набора  $M$  и анализ возможности и единственности реализации этого алгоритма.

В процессе исследования были получены следующие результаты.

**Утверждение 1.** Любое натуральное число можно записать единственным образом, используя цифры множеств  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A\}$ , где  $A=10$ ,  $\{\bar{1}, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

Доказательство для первого набора. Там, где в обычной системе была цифра 0, сейчас будем писать цифру  $A$ . При этом цифру предыдущего разряда будем уменьшать на 1. Т. к. 0 не может быть цифрой первого разряда, где могли возникнуть проблемы при вычитании 1 из предыдущего разряда, то любое натуральное число можно записать, используя цифры из  $M$ .  $260 = 25A$ ,  $100 = 9A$ .

Докажем, что не существует разных записей для одного натурального числа, записанного с использованием цифр набора  $M$ . Предположим, противное. Пусть некоторое число  $x$  допускает две формы записи:

$$x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \overline{b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0}, \quad a_i \in M, i = \overline{0, n}, \quad b_j \in M, j = \overline{0, k}.$$

Прежде всего докажем, что  $n = k$ . Предположим это не так. Пусть для определенности  $n > k$ . Тогда с одной стороны т.к.  $x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$ , то  $1 \dots 1 \leq x$ . С другой стороны, т.к.

$x = \overline{b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0}$ , то  $x \leq \overline{A \dots A} = \overline{1 \dots 1} - 1 < \overline{1 \dots 1}$ . Тогда  $\overline{1 \dots 1} \leq x < \overline{1 \dots 1}$ , откуда следует, что  $n < k + 1$ . Но  $k < n < k + 1$  невозможно. Значит предположение  $n > k$  неверно и  $n = k$ . Тогда

$$x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \overline{b_n b_{n-1} \dots b_2 b_1 b_0}.$$

Рассмотрим разность  $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} - \overline{b_n b_{n-1} \dots b_2 b_1 b_0} = 0$ ;

$$(a_n - b_n) \cdot 10^n + (a_{n-1} - b_{n-1}) \cdot 10^{n-1} + \dots + (a_2 - b_2) \cdot 10^2 + (a_1 - b_1) \cdot 10 + a_0 - b_0 = 0. \quad (1)$$

Правая часть (1) делится на 10. Все слагаемые левой части (1) кроме  $a_0 - b_0$  делятся на 10. Значит должно также  $a_0 - b_0 : 10$ . Но все цифры набора М имеют разные остатки при делении на 10. Тогда единственная возможность  $a_0 = b_0$ , при этом (1) примет вид

$$(a_n - b_n) \cdot 10^n + (a_{n-1} - b_{n-1}) \cdot 10^{n-1} + \dots + (a_2 - b_2) \cdot 10^2 + (a_1 - b_1) \cdot 10 = 0. \quad (2)$$

Разделим (2) на 10.

$$(a_n - b_n) \cdot 10^{n-1} + (a_{n-1} - b_{n-1}) \cdot 10^{n-2} + \dots + (a_2 - b_2) \cdot 10 + a_1 - b_1 = 0. \quad (3)$$

Рассуждая аналогично, покажем, что  $a_i = b_i, i = \overline{1, n}$ . Т.о. не существует разных записей для одного натурального числа, записанного с использованием цифр набора М.

**Утверждение 2.** Существует бесконечное множество натуральных чисел, которые невозможно записать используя цифры набора  $M = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, C\}$ , где  $A = 10$ ,  $C = 12$ .

**Утверждение 3.** При  $t \in [-8; 1]$  все натуральные числа можно записать, используя цифры из набора  $M = \{a_i | a_i = i + t\}, i = \overline{0, 9}, t \in \mathbb{Z}$ .

**Утверждение 4.** Чтобы любое натуральное число можно было записать с помощью цифр из набора М, он должен удовлетворять условиям:

- 1) содержит 10 «цифр»;
- 2) все цифры набора М имеют разные остатки при делении на 10;
- 3) если некоторая цифра  $i = \overline{1, 9}$  (возможно не одна) заменена в наборе М на двузначную цифру «ki», где  $i + k < 10$ , то набор также содержит цифры «-k», «-k+1», ..., «-1», вместо  $10-k, 10-k+1, \dots, 9$ .

4) если цифра 0 заменена в наборе М на двузначную цифру «k0», где  $k > 1$ , то набор также содержит цифры «-k+1», «-k+2», ..., «-1», вместо  $10-k+1, 10-k+2, \dots, 9$ .

Доказательство. Рассмотрим набор  $M = \{\overline{2}, 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, F\}$ , где  $F = 23$ . Тогда цифру 3 в разложении натурального числа заменяем на  $\overline{2}F$ , цифру 8 заменяем на  $1\overline{2}$ .  $3 = \overline{2}F$ ;  $30 = \overline{2}F0$ ;  $43 = 2F$ ;  $3003 = 298F = 30\overline{2}F = \overline{2}F0\overline{2}F$ . Однако числа, в первом разряде которых стоит 1, а во втором 3, записать не получится, т.к. набор не содержит  $\overline{1}$ :  $13 = \overline{1}F$ . Аналогично для  $130, 1300, \dots$  Таким образом, если некоторая цифра  $i = \overline{1, 9}$  заменена в наборе М на двузначную цифру «ki», то набор также должен содержать цифры «-k», «-k+1», ..., «-1», вместо  $10-k, 10-k+1, \dots, 9$ . Очевидно при этом должно быть  $10-k > i$ , т.е.  $i + k < 10$ . В таком наборе все натуральные числа можно записать, т.е.  $m=1$ .

Заметим также, что при замене 0 на  $A=10$  в первом пункте проблем не возникло, т.к. 0 не может стоять в первом разряде, а 1 из предыдущего разряда отнять всегда можно. Однако если мы заменим 0 на «20» или другое число вида «k0», то при вычитании k из предыдущего разряда понадобятся отрицательные цифры. Но так как в предыдущем перед 0 разряде всегда есть число больше либо равное 1, то должны в наборе присутствовать отрицательные цифры «-k+1», «-k+2» ..., «-1», вместо  $10-k+1, 10-k+2, \dots, 9$ .

**Заключение.** Поставленная задача решена в полном объеме. Были определены условия, которым должен удовлетворять набор цифр  $a_i$ , чтобы любое натуральное число можно было записать, используя цифры этого набора. Результаты данных исследований могут применяться при подготовке учащихся к математическим олимпиадам, турнирам, при проведении факультативов, а также при дальнейшем исследовании похожих тем.

## **Секция 2. Прикладная математика**

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 2. Прикладная математика  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**БУЛЕВА АЛГЕБРА И ПРИНЦИП РАБОТЫ ЛОГИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЕЙ**

**М. В. Стрижевский**

*ГУО «Средняя школа № 182 г. Минска имени Владимира Карвата»,  
11 «А» класс, Минск*

Научный руководитель Д.А. Раппопорт, учитель математики ГУО «Средняя школа № 182 г. Минска им. В. Карвата», первая категория учителя математики.

Основная цель данной работы: создать модель кодового замка с использованием логических вентилях и составить булеву функцию данной схемы.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Рассмотреть математический аппарат алгебры логики и принципы построения булевой функции;
2. Проанализировать представление логических схем при помощи таблиц истинности;
3. Изучить метод представления чисел в двоичной системе счисления;
4. Рассмотреть принцип работы логических вентилях;
5. Разработать схему кодового замка, используя логические вентилях;
6. Составить булеву функцию, описывающую принцип работы кодового замка;
7. Сделать вывод о возможностях применения булевой алгебры и логических вентилях.
8. Объект исследования: булевы функции.

Предмет исследования: схема кодового замка, собранная из логических вентилях.

Функция  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  от  $n$  переменных и любой из её аргументов могут принимать значения только из множества  $\{0,1\}$ . Тогда эта функция называется логической, или булевой, или переключательной, или функцией алгебры логики. Значениям переменной в булевой алгебре соответствуют состояниям элементов микросхем любого электронного устройства. [1]

Математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания логических схем. Логические схемы создаются для реализации в цифровых устройствах булевых функций. Логические схемы реализуются на логических элементах: «НЕ», «И», «ИЛИ», «И-НЕ», «ИЛИ-НЕ», «Исключающее ИЛИ» и «Эквивалентность». Первые три логических элемента позволяют реализовать любую, сколь угодно сложную логическую функцию в булевом базисе. [2]

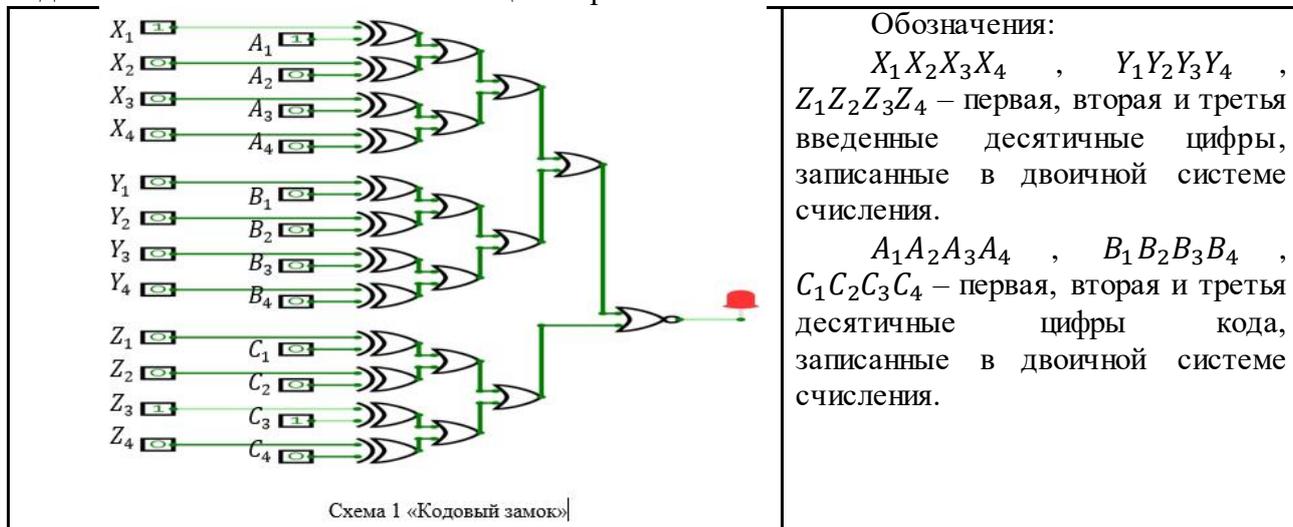
Двоичная система счисления – позиционная система счисления с основанием 2, в которой числа записываются с помощью двух символов (0 и 1). Благодаря непосредственной реализации в цифровых электронных схемах на логических вентилях, двоичная система используется практически во всех современных компьютерах и прочих вычислительных электронных устройствах.

Логический вентиль – базовый элемент цифровой схемы, выполняющий элементарную логическую операцию. Логика работы вентиля основана на битовых операциях с входными цифровыми сигналами в качестве операндов. [3]

В симуляторе электронных схем мною была разработана схема кодового замка. [4] В нашем случае пользователь задает в «память замка» (биты  $A_1 \dots C_4$ ) секретный код в формате BCD (двоично-десятичный код), в котором каждая десятичная цифра записывается в виде соответствующего четырехзначного двоичного числа.

После установки кода для открытия замка или смены секретной последовательности надо ввести данный шифр на «клавиатуре» (биты  $X_1 \dots Z_4$ ).

Для создания схемы были использованы логические врата: «исключающее или» (для сравнения битов), «или» (для нахождения несовпадений), «или не» (для нахождения несовпадений и вывода 1, если их нет). Количество комбинаций можно посчитать по формуле  $I^n$ , где  $n$  - количество позиций, а  $I$  - количество цифр, букв в одной позиции.  $10^3=1000$ . Наш кодовый замок имеет 1000 комбинаций паролей.



Мною была составлена булева функция кодового замка и рассмотрена таблица истинности

Первый слой:  $f_{101} = (X_1 \oplus A_1); f_{102} = (X_2 \oplus A_2) \dots f_{112} = (Z_4 \oplus C_4)$ .

Второй слой:  $f_{201} = (f_{101} \vee f_{102}); f_{202} = (f_{103} \vee f_{104}) \dots f_{206} = (f_{111} \vee f_{112})$ .

Третий слой:  $f_{301} = (f_{201} \vee f_{202}); f_{302} = (f_{203} \vee f_{204}); f_{303} = (f_{205} \vee f_{206})$ .

Четвертый слой:  $f_{401} = (f_{301} \vee f_{302})$ .

Пятый слой:  $f_{401} = \neg(f_{401} \vee f_{303})$ .

Объединим формулы подуровней в формулу всей логической схемы:

$$f = f_{401} = \neg(f_{401} \vee f_{303}) = \neg((f_{301} \vee f_{302}) \vee f_{303}) = \neg(f_{301} \vee f_{302} \vee f_{303}) = \neg((f_{201} \vee f_{202}) \vee \dots \vee (f_{205} \vee f_{206})) = \neg(f_{201} \vee \dots \vee f_{206}) = \neg((f_{101} \vee f_{102}) \vee \dots \vee (f_{111} \vee f_{112})) = \neg(f_{101} \vee \dots \vee f_{112}) = \neg((f_{101} \vee f_{102}) \vee \dots \vee (f_{111} \vee f_{112})) = \neg(f_{101} \vee \dots \vee f_{112}) = \neg((X_1 \oplus A_1) \vee \dots \vee (Z_4 \oplus C_4)).$$

**Заключение.** В результате данной работы был рассмотрен математический аппарат алгебры логики и принципы построения булевой функции и работы логических вентилей, успешно была разработана схема кодового замка, составлена и представлена в виде таблицы истинности ее булева функция.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Булева алгебра [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://function-x.ru/buleva\\_algebra.html](https://function-x.ru/buleva_algebra.html). – Дата доступа: 17.10.2022
2. Логические схемы и таблицы истинности [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://function-x.ru/logicheskie\\_shemy\\_i\\_tablici\\_istinnosti.html](https://function-x.ru/logicheskie_shemy_i_tablici_istinnosti.html). – Дата доступа: 23.10.2022
3. Логические вентили [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki>. – Дата доступа: 10.11.2022
4. Симулятор электронных схем [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://circuitverse.org/simulator>. – Дата доступа: 19.11.2022

## **Секция 3. Компьютерные науки и программирование**

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**УЧЕБНЫЙ КОМПЛЕКС «ПРОЕКЦИОННОЕ ЧЕРЧЕНИЕ»**

**В. В. Автух, А. М. Клыбик**

*ГУО «Гимназия №1 г. Волковыска», 9 «Г» класс, 11 «А» класс,  
Волковыск, Беларусь*

Научные руководители – Г.Н. Аксамит, учитель информатики, черчения, высшая кв. категория учителя черчения, В.А. Гуляй учитель информатики, первая кв. категория учителя информатики, ГУО «Гимназия №1 г. Волковыска».

В работе раскрывается значение учебного предмета «Черчение» для жизни человека, могут ли помочь компьютерные технологии при его изучении.

Объектом исследования является учебный предмет «Черчение».

Цель работы – повышение мотивации к изучению черчения и приобретение знаний и навыков, необходимых для чтения и выполнения технических чертежей через разработку интерактивного плаката «Проекционное черчение» для интерактивной доски, сайта «Проекционное черчение» и мобильного приложения «Изучаем черчение вместе».

Данная работа позволяет развивать пространственное представление, творчество учащихся, такие познавательные процессы, как память, восприятие, внимание, воспитывает интерес к предмету через показ практического применения темы, работу с 3d моделями.

Учебный предмет «Черчение» является не самым популярным среди школьников, но одним из сложных предметов. С целью изучения мнения учащихся о предмете был проведен опрос среди учащихся 10-11 классов. В ходе опроса были получены следующие результаты:

- Надо ли изучать в школе такой предмет как «Черчение»? (да - 87,3%, нет – 12,7%).

- Как изучение предмета «Черчение» может вам пригодиться в жизни? (для поступления в профилирующие учебные заведения - 34,5%, для развития хорошего глазомера, памяти, пространственного мышления 56,4%, для умения читать и составлять чертежей и схем – 59%

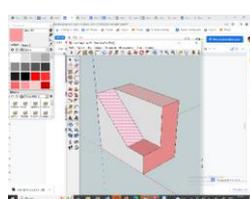
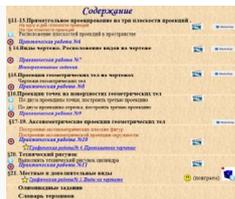
- Какие трудности вы испытываете при изучении черчения в школе? (Не хватает времени выполнять качественно чертежи - 47,3%, не могу представить модель детали по чертежу - 27,3%, не понимаю, как чертить основные виды чертежа – 10,9%.

- Как вы считаете, могут ли помочь компьютерные технологии на уроке черчения? (да - 94,5%, нет – 5,5%).

Поэтому мы решили создать учебный комплекс «Проекционное черчение», который облегчает изучение черчения и удовлетворяет запросам современного пользователя.

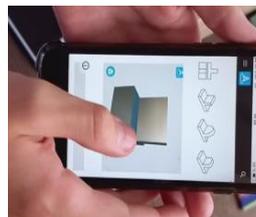
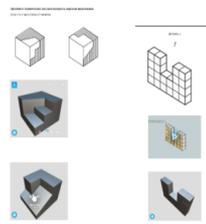
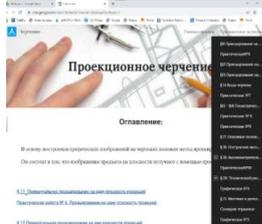
Материалы интерактивного плаката, сайта и приложения не дублируют друг друга, хотя связаны одной темой.

Интерактивный плакат «Проекционное черчение» содержит 3d модели и видеофрагменты для каждого чертежа учебного пособия, 3d модели для практических и графических работ раздела, материалы олимпиадных заданий. Состоит из 41 страницы, связанных между собой гиперссылками. Содержит 129 вложений: видеофрагменты и 3d модели.



Разработаны задания и игры средствами программы SMART Notebook.

Сайт «Проекционное черчение» позволяет использовать разработанные материалы для самостоятельной работы учащихся. Содержит краткие материалы с чертежами раздела «Проекционное черчение» учебного пособия. Здесь можно получить справочник терминов по черчению с иллюстрациями. Новые 3d модели дают возможность не только увидеть модель детали, но и вращать ее для того, чтобы легче было определять основные виды чертежа к рисункам учебного пособия. <https://clk.ru/qUfWF>.



Если нет подключения к Интернету, приложение «Изучаем черчение вместе» поможет решить проблему. Его можно установить на мобильный телефон или планшет. Здесь можно получить подробные конспекты по темам раздела «Проекционное черчение», поиграть в игру, проверить себя. Основу игры составляют оригинальные задачи, для решения которых требуется конструкторская смекалка и знание законов черчения.



**Закключение.** Учебный комплекс «Проекционное черчение» позволяет устранить трудности в изучении учебного предмета «Черчение».

Интерактивный плакат способствует развитию у учащихся практических умений и навыков, позволяет более эффективно организовать самостоятельную работу и индивидуализировать процесс обучения, повышает интерес к предмету.

Сайт поможет развивать пространственное представление при выполнении практических заданий. Работать с представленными материалами самостоятельно.

Приложение для Android "Изучаем черчение вместе" позволит при необходимости с пользой использовать мобильные телефоны для обучения не только на уроке, но и дома.

Представленные в работе материалы могут быть полезны преподавателям черчения, а также всем педагогам, работающим над проблемой повышения познавательной мотивации к обучению.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Черчение : учебное пособие для 10 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / Ю.П. Беженарь [и др.]. – Минск: «Народная асвета», 2020. – 185 с.
2. Колисниченко, Д. Программирование для Android / Д. Колисниченко. — СПб.: БХВ-Петербург, 2015. – 288 с.
3. Пугачев, А.С. Задачи-головоломки по черчению / А.С.Пугачев — Издательство «Судостроение», Ленинград, 1965. – 193 с.

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследацкіх работ учасіхся сярэдніх,  
сярэдніх спецыяльных учебных заведений и студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омеге...»**

Секцыя 3. Камп'ютэрныя навукі і праграмаванне  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

**КОМП'ЮТЕРНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ «ЧЕРЕЗ ВЕКА, ЧЕРЕЗ ГОДА – ПОМНИТЕ...»  
НА ДВИЖКЕ UNITY 3D**

**Е. А. Алетунович<sup>1</sup>, Р.Ю. Шавела<sup>2</sup>**

*ГУО «Средняя школа № 16 г. Лиды», 10 «Б» класс<sup>1</sup>; 8 «Б» класс<sup>2</sup>*

*Лиды, Беларусь*

Научный руководитель – Л. В. Шелевер, учитель информатики ГУО «СШ № 16 г. Лиды», высшая кв. категория учителя информатики.

**Введение.** Компьютер является одним из современных средств обучения, обладающим уникальными возможностями, сочетая в себе функции телевизора, книг, калькулятора и даже учителя. В наше время знакомство детей с компьютером происходит уже в детском саду, используя развивающие компьютерные игры. Компьютерными и мобильными приложениями сегодня интересуются многие ребята. На определённом этапе нам захотелось попробовать создать собственное компьютерное приложение. Когда было принято решение о его создании, то первый вопрос, на который нужно было найти ответ, был вопрос о том, что это будет за проект, о чём. В школе среди учащихся было проведено анкетирование, в результате которого выяснилось, что различные компьютерные приложения для обучения используют 70% учащихся, в компьютерные игры играют 100% учащихся, для развития познавательного интереса используют различные компьютерные и мобильные приложения 86% учащихся, умеют сами создавать компьютерные приложения, игры только 1 человек, что составляет 3,80 %.

По результатам анкетирования было решено создать обучающее сетевое приложение, в котором будут прослеживаться одновременно и обучающий момент, и игровой момент. Далее необходимо было выбрать направление и тему проекта. Изучив и проанализировав спрос на электронные средства обучения педагогов школы (где элемент игры приветствуется на уроке), мы решили создать проект, который можно будет использовать на внеклассных мероприятиях.

В детстве практически у каждого была настольная игра, которая способна занять игрока любого возраста: правила настолько просты, что их иногда и читать не нужно. Бросай кубик, двигай фишку – и выигрывай! Игроки то продвигаются вперёд, то отходят назад, в общем, ходят по полю. Мы решили создать прототип настольной игры — сетевое компьютерное приложение для двух и более человек, раскрывающее суть историко-культурного наследия Беларуси посредством среды разработки Unity.

Цель работы определила постановку следующих задач:

- изучить и проанализировать специальную литературу по теме исследования;
- изучить требования, предъявляемые к компьютерным приложениям;
- разработать макет проекта;
- научиться писать коды для объектов Unity;
- апробировать созданное компьютерное приложение для мобильной платформы;
- апробация и тестирование компьютерного приложения.

Объектом исследования является среда разработки Unity и программирование на C #.

Предметом исследования является компьютерное приложение «Через века, через года – помните», созданное на движке Unity, как дополнительное средство изучения программирования.

Гипотеза: можно ли, не владея на высоком уровне языками программирования, создать компьютерное (мобильное) приложение.

Практическая значимость работы состоит в том, что выводы и рекомендации, полученные в ходе создания проекта, могут быть использованы при совершенствовании методов обучения программированию, а созданное компьютерное приложение использоваться на уроках и внеклассных мероприятиях, посвященных истории родного края.

**Технологический этап выполнения проекта.** Важнейший фактор проектирования приложения, это пользовательский интерфейс. Главное меню позволяет организовать выбор игры: одиночная игра или мультиплеер.

При выборе одиночной игры одним из участников является бот. На главном экране организовано меню, предназначенное для выбора уровня.

Для начала игры в режиме мультиплеер организатору необходимо создать комнату, к которой присоединяются оставшиеся игроки под своими никнеймами. После чего организатор начинает игру. Далее броском кубика определяется, какое количество шагов должен совершить на игровом поле участник. Затем на экране отображается вопрос, на который необходимо ввести в строке ввода ответ, подтверждение ввода фиксируется нажатием кнопки отправить. Фишка правильно ответившего участника перемещается по игровому полю на указанное количество шагов, в случае неправильного ответа фишка участника перемещается на один ход назад. Игра продолжается до тех пор, пока все, кроме одного участника, не достигнут финиша в заданном уровне.

По результатам тестирования был сделан вывод, что компьютерное приложение удовлетворяет поставленным функциональным требованиям и работает корректно. Тестирование и установка производились на компьютерах с операционной системой Windows, а также на смартфонах, которые имеют технические характеристики, удовлетворяющие минимальным требованиям Redmi Note9 и Samsung Galaxy M01. На каждом из устройств приложение работало корректно, установка и удаление не вызвала проблем. С объектами можно было взаимодействовать и они отображались правильно.

**Заключение.** Таким образом, в процессе разработки компьютерного приложения нами была исследована среда программирования Unity и в ней разработан проект «Через века, через года – помните...». Для написания скриптов использовался язык C#. Как и любой другой продукт, разработанное приложение можно улучшать, вводя новые функции и расширяя работу уже существующих.

Данный проект может использоваться на внеклассных мероприятиях, классных и информационных часах в школе, для организации самостоятельной работы учащихся, а также для развития познавательного интереса пользователей.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Географические названия мира: Топонимический словарь. Редколлегия: Р.А. Агеева. Издано: 2-е изд., редакция — Русские словари, 2002. – 435 с.
2. Джесси, Ш. Искусство геймдизайна / Ш. Джесс – Москва, Наука. – 2015. – 435 с.
3. Unity Documentation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://docs.unity3d.com/ScriptReference/AudioSource.h..> – Дата доступа: 17.12.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»  
Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**ПРИЛОЖЕНИЕ TOKEN HELPER**

**Д. С. Булышко, Е. А. Валёк, К. Р. Смычэк**  
*ГУО «Гимназия № 74 г. Минска», 10 «А» класс,  
Минск, Беларусь*

*Минска», высшая кв. категория учителя информатики.*

Целью данной работы является разработка приложения-помощника в сфере криптовалюты, предназначенного для начинающих трейдеров.

Актуальность проекта обусловлена высоким спросом на криптовалюту в Беларуси, появившемся благодаря декрету №8 от 1 декабря 2017 года, позволяющему владеть и добывать токены и криптовалюту.

В работе был использован язык программирования Java за счет его кросс-платформенности, хорошей защищенности кода и быстродействия.

Архитектура приложения состоит из четырех модулей: получение и парсинг данных из Интернета, фильтрация данных с помощью уникального алгоритма, выбор подходящего паттерна из базы и вывод информации в удобном пользователю виде с помощью Telegram-бота.

Получение данных паттерна с Интернет страницы осуществляется через чтение курса криптовалют за последние 30 дней, что является наиболее оптимальным периодом. Фильтрация происходит с помощью алгоритма, который выбирает значения, находящиеся на точках перелома графика, и записывает их в два списка углов, направленных вверх или вниз.

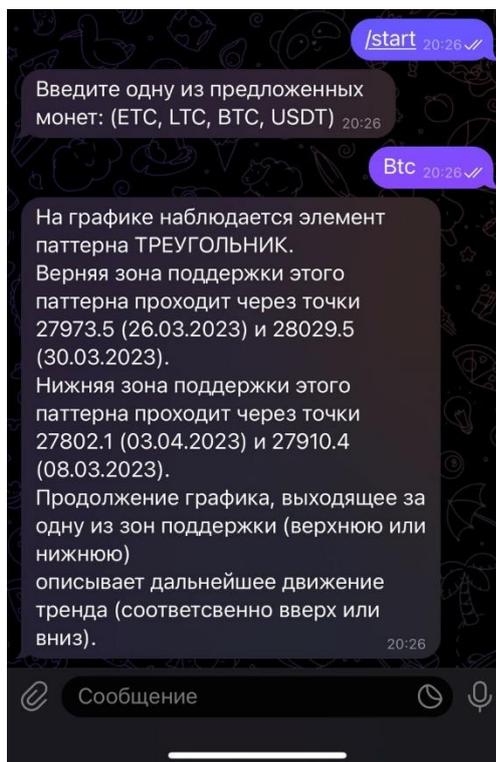
```
static ArrayList<Double> ugo1_vverh(List<Double>
mas){
    ArrayList<Double> max=new ArrayList<>();
    double number1;
    double number2;
    double number3;
    for (int i = 0; i < mas.size()-2; i++) {
        number1=mas.get(i);
        number2=mas.get(i+1);
        number3=mas.get(i+2);
        if(number1<number2 &&
number2>number3){
            max.add(number2);
        }
    }
    for (int i = 0; i < max.size(); i++) {
        if(mas.get(0)>max.get(i)){
            max.add(0,mas.get(0));
            break;
        }
        if(mas.get(mas.size()-2)> max.get(i)){
            max.add(mas.get(mas.size()-2));
            break;
        }
    }
    return max;
}

static ArrayList<Double>
ugol_vniz(List<Double> mas){
    ArrayList<Double> min=new ArrayList<>
    double number1;
    double number2;
    double number3;
    for (int i = 0; i < mas.size()-2; i++
        number1=mas.get(i);
        number2=mas.get(i+1);
        number3=mas.get(i+2);
        if(number1>number2 &&
number2<number3){
            min.add(number2);
        }
    }
    for (int i = 0; i < min.size(); i++)
        if(mas.get(0)<min.get(i)){
            min.add(0,mas.get(0));
            break;
        }
        if(mas.get(mas.size()-2)< min.get
min.add(mas.get(mas.size()-2)
        break;
    }
    }
    return min;
}
```

**Рисунок 1 – Алгоритм фильтрации на языке Java**

После фильтрации происходит сравнение данного графика с базой паттернов и выделяется наиболее подходящий.

Вывод информации происходит через Telegram-бота. По запросу пользователя, содержащего название определенной криптовалюты, бот выводит информацию про нее, включая название паттерна, верхнюю и нижнюю зоны поддержки, значения точек и даты, а также описание дальнейшего движения тренда. Пример вывода информации:



**Рисунок 2 – Вывод информации в Telegram**

Результаты работы показали, что приложение успешно протестировано на практике и принесло доход пользователям. Глубокий анализ криптовалютного рынка позволил смоделировать новые способы прогнозирования цен.

В будущем планируется оптимизация проекта, включая создание полноценного веб-приложения с расширенной базой паттернов и возможностью чтения и парсинга информации с новостных ресурсов.

Таким образом, данное приложение-помощник представляет собой удобный и эффективный инструмент для начинающих трейдеров, позволяющий анализировать криптовалюты.

#### *СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Булковский, Т. Н. Трейдинг по классическим, графическим, ценовым моделям / Т. Н. Булковский. – Москва : ООО «Бук-транзит», 2020. – 340 с.
2. Криптовалюты [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.investing.com/crypto>. – Дата доступа: 10.10.2022.
3. Паттерны трейдинг: топ-7 фигур теханализа [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://admiralmarkets.com/ru/education/articles/forex-analysis/patterny-treiding> – Дата доступа: 10.10.2022.
4. 13 наиболее популярных графических паттернов в трейдинге [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://blog.roboforex.com/ru/blog/2019/08/01/trejdng-naibolee-populjarnye-patterny/> – Дата доступа: 10.10.2022.
5. Java Documentation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.oracle.com/en/java/> – Дата доступа: 10.10.2022.
6. Эккель, Б. Философия JAVA / Б. Эккель. – С.- Пб. : ООО «Питер», 2019. – 190 с.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**ПОИСК УЯЗВИМОСТЕЙ В КОНТЕЙНЕРИЗИРОВАННЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ**

**В. Н. Ганисевский<sup>1</sup>, А. Д. Алам Яр<sup>2</sup>**

*ГУО «Средняя школа №3 г. Волковыска», 11 класс<sup>1</sup>,  
Волковыск, Беларусь*

*ГУО «Средняя школа №157 г. Минска имени Алексея Семёновича Бурдейного», 11 «Б» класс<sup>2</sup>,  
УО «Национальный детский технопарк»,  
Минск, Беларусь*

Научный руководитель – С. Н. Петров, доцент кафедры защиты информации УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент.

Стремительный рост популярности технологий виртуализации и массовый процесс миграции физических серверов в виртуальные облака, помимо таких преимуществ, как удобство использования, масштабируемость и снижение расходов на поддержание инфраструктуры, также создает новые потенциальные угрозы и уязвимости информационной безопасности [1]. Еще одним популярным направлением является разработка программного обеспечения с использованием микросервисов, при котором приложение представляет собой набор независимых модулей (сервисов) [2]. Они хранятся независимо друг от друга, что означает, что каждый процесс может быть протестирован, развернут или обновлен отдельно, без изменения всего приложения. Для реализации этого подхода часто используют систему контейнеризации Docker, программное обеспечение для автоматизации развертывания и управления приложениями в средах с поддержкой контейнеризации. Контейнеризация является способом виртуализации, при котором код приложения, среда запуска, библиотеки и зависимости упаковываются в единую «сущность» – контейнер Docker [3].

Важнейшими компонентами Docker являются образы и контейнеры. Базовый образ – это главный элемент контейнеризации в Docker, в котором содержатся процессы и зависимости, необходимые для нормальной работы приложения. Контейнер создается на основе образа и, по сути, представляет собой образ, но с еще одним слоем с возможностью записи. Так как контейнеры запускаются из образов, зараженный образ несет в себе угрозу для всей системы. Для защиты системы от заражения требуется проводить периодическое сканирование каждого разворачиваемого образа.

**Работа посвящена** вопросам обнаружения уязвимостей в образах Docker.

**Цель работы** – провести исследование уязвимостей образов Docker и разработать рекомендации по настройкам безопасности. Для достижения поставленной цели, необходимо было решить ряд задач:

- провести анализ угроз и уязвимостей образов и контейнеров Docker;
- провести отбор и сравнительный анализ сканеров уязвимостей;
- сформировать выборку образов для анализа;
- провести исследование отобранных образов с использованием сканеров уязвимостей;
- обобщить основные результаты исследования и разработать рекомендации по повышению уровня безопасности создаваемых образов.

**Объектом исследования** являются образы и контейнеры Docker.

**Гипотеза исследования** заключается в том, ряд образов, размещенных в крупнейшем открытом репозитории Docker Hub, содержит уязвимости. Использование таких образов несет в себе угрозу информационной безопасности.

**Методика проведения исследования.** На первом этапе проводился анализ существующих бесплатных сканеров уязвимостей для Docker. Были рассмотрены сканеры Docker Scan, Aqua Security, Docker Bench Security, Anchore, Clair, Dagda, Harbor, Dockle, Qualys, их возможности и особенности применения. Указанные сканеры апробированы на bad-dockerfile – референсном образе, содержащем ПО с известными уязвимостями. Данный образ включает уязвимые двоичные файлы с записями CVE для тестирования решений для сканирования образов. Сканеры показали хорошие результаты. При этом стоит отметить, что некоторые из рассмотренных продуктов не являются взаимозаменяемыми, а выполняют различные функции. Например, Docker Bench Security в большей степени ориентирован на проверку корректности настройки сборки образа, нежели на обнаружение уязвимостей.

На втором этапе с использованием указанных сканеров были исследованы десятки образов из репозитория Docker Hub [4]. При этом предпочтение отдавалось образам от «рядовых» разработчиков (строго говоря, к таким разработчикам относится любой пользователь, имеющий аккаунт Docker Hub и загружающий на него свои образы), а не от так называемых доверенных поставщиков (Verified Publisher), которые проходят достаточно серьезную проверку при загрузке в репозиторий. В исследованных образах найден ряд уязвимостей.

На завершающем этапе нами был собран образ Docker, содержащий некоторые найденные на предыдущем этапе уязвимости (Docker образ teresen554/docker-technopark). Это было сделано путем включения в образ устаревших библиотек и игнорированием базовых настроек безопасности при сборке. После чего данный образ был проверен сканерами и получены результаты работы сканеров. Далее, данный образ был пересобран с использованием самых новых компонентов, а также с применением корректных настроек безопасности и опять проверен. Прделанные манипуляции показали результативность.

**Заключение.** Проведен анализ угроз и уязвимостей платформы Docker. Проведен отбор сканеров уязвимостей из числа бесплатных. Исследована их способность обнаруживать уязвимости с использованием референсного образа bad-dockerfile, содержащего уязвимые двоичные файлы. С использованием сканеров Docker Bench Security, DockerScan, Clair, Dagda и Aqua Security исследованы образы репозитория Docker Hub. Многие из сканированных образов содержали уязвимости, начиная от некорректной настройки параметров безопасности, заканчивая устаревшими компонентами с уязвимостями из перечня CVE. Несмотря на то, что Docker Hub поддерживает функцию базового сканирования уязвимостей образов, загружаемых в репозиторий, далеко не все пользователи проводят базовое сканирование, так как эта функция доступна только по подписке стоимостью от 5 долларов в месяц (минимальный тариф). Соответственно, для безопасного использования образов, скачанных с Docker Hub, необходимо проводить их сканирование на уязвимости. Причем, хороший результат показали даже бесплатные сканеры, из числа рассмотренных в исследовании. На основе анализа наиболее часто встречаемых уязвимостей были предложены рекомендации по их исправлению. Данные рекомендации были проверены на практике и показана их эффективность.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Вишняков В. А. Информационная безопасность в корпоративных системах, электронной коммерции и облачных вычислениях: методы, модели, программно-аппаратные решения : монография / В. А. Вишняков. – Минск : Белорусская государственная академия связи, 2016. – 276 с.
2. Ньюмен С. Создание микросервисов. – СПб.: Питер, 2016. – 304 с.
3. Иан Милл, Эйдан Хобсон Сейерс Docker на практике / пер. с англ. Д.А. Беликов. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 516 с.
4. Репозиторий Docker Hub [Электронный ресурс]. – <https://hub.docker.com/>. – Дата доступа: 05.04.2023.

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследавальцкіх работ учасніц сярніх,  
сярніх спецыяльных ўчебных заведзенняў і студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омэге...»**

Секцыя 3. Камп'ютэрныя навукі і праграмаванне  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

**СОЗДАНИЕ САЙТА МУЗЕЯ АКАДЕМИКА Е. Ф. КАРСКОГО**

**Н. П. Гольшко, Я. С. Холяво**

*ГУО «Гимназия №1 имени академика Е.Ф.Карского г.Гродно», 10 «М» класс,  
Гродно, Беларусь*

Научные руководители – Н. М. Ковган, учитель математики ГУО «Гимназия №1 имени академика Е.Ф.Карского г.Гродно», высшая кв. категория учителя математики; М. В. Ломаник, учитель информатики ГУО «Гимназия №1 имени академика Е.Ф.Карского г.Гродно», высшая кв. категория учителя информатики.

**Сайтостроение** – это комплекс мероприятий по созданию интернет - ресурсов, начиная от разработки дизайна сайта до его заполнения программным кодом и размещения в глобальной сети [2].

Актуальность выбранной темы заключается в широком использовании сайтов, блогов в повседневной жизни и необходимости трансляции материалов об Е.Ф. Карском, собранных в музее.

Цель: создание сайта музея академика Е.Ф. Карского.

В процессе работы над проектом предстоит решить следующие задачи:

- изучить технологии разработки Web-сайтов;
- изучить редактор Visual Studio Code;
- описать этапы создания веб-сайта;
- разработать веб-сайт музея.

Объект исследования: технологии разработки Web-сайта.

Предметом исследования является: сайт музея.

В данной работе используются следующие методы исследования:

- изучение программного средства для реализации сайтов;
- разработка технической концепции сайта (структуры);
- сбор и обработка информации о музее.

Практическая значимость создание сайта музея состоит в том, что интернет-ресурс даст возможность доступа к материалам музея широкому кругу пользователей, как юным исследователям, так и всем, кто интересуется жизнью академика Е.Ф.Карского. Создание сайта позволит систематизировать материал о музее, разместить информацию о мероприятиях, которые проходили и планируются в музее.

Для разработки и подготовки материалов сайта использовались следующие сервисы: Visual Studio Code (VS Code) — это редактор исходного кода; Figma — графический редактор для совместного проектирования сайтов, приложений и других дизайнерских продуктов; **Adobe Photoshop** — многофункциональный мощный графический редактор растровой графики для обработки изображений; Adobe Illustrator – это программа, для работы с векторной графикой, использовалась для создания эмблемы гимназии.

В результате сравнения характеристик сайта, созданного с помощью конструктора и самостоятельно был сделан вывод, что разработка в VS Code имеет значительные преимущества.

Для удобства все материалы упорядочивались в соответствии с будущей структурой сайта. Обдумывать структуру сайта мы начали сразу же, как только определились с темой и целями сайта и продолжили это делать на протяжении всей работы над сайтом. Структура показывает из каких страниц состоит сайт, их количество, как они связаны между собой, как осуществить переход к нужной странице и т. д. Хорошо продуманная логическая структура сайта, удобна для посетителей, они смогут легко найти нужную им информацию.

Была нарисована общая схема расположения основных элементов. Далее был разработан макет, на котором детализировано содержание страницы: расположение блоков, примерные иллюстрации, их количество и размер, формы и размеры кнопок. Ко всем страницам сайта применена адаптивная вёрстка. Дизайн страницы, автоматически подстраивается под размер экрана пользователя.

Главная страница служит входной страницей. Её роль аналогична роли обложки книги или иллюстративного журнала. Она полностью даёт пользователю представление о тематике сайта. Внутренние страницы несут основную информацию и соответствуют по стилю главной.

Для того, чтобы пользователь был сосредоточен на полезной для него информации, был выбран минимальный стиль дизайна с акцентом на самых важных деталях. К таким деталям относится логотип, который также является ссылкой на главную страницу и всегда должен привлекать внимание, чтобы его можно было легко найти. Поэтому он помещён в левом верхнем углу страницы, так как взгляд пользователя скользит от левого верхнего угла экрана по диагонали к правому нижнему. При разработке дизайна работа велась комплексно и по оформлению главной страницы, и по вёрстке, и по схеме расположения иллюстраций. Форма страниц, пропорции переносятся на весь сайт. В результате сайт имеет единообразный и согласованный дизайн.

После того как разработан дизайн и сделан макет страниц сайта, можно приступать к наполнению этих страниц контентом. Здесь также есть свои тонкости. Текст должен быть удобочитаем. Для этого подобрали шрифт, разбили тексты на абзацы, вставили рисунки, фотографии. Не забыли о грамматической проверке. После того, как сайт заполнен контентом, можно считать, что «черновой» вариант сайта готов. Теперь его нужно протестировать, найти и исправить ошибки. Проверить работу ссылок, отображение картинок.

Проведенное изучение технологии разработки Web-сайтов позволило создать информационный ресурс с учетом усвоенных рекомендаций по Web-дизайну. Все стадии решения основной задачи работы – собственно создания сайта – реализованы с учетом первоначальных планов. Содержательная часть была подготовлена и размещена в соответствии с разработанной структурой и графическим оформлением. Можно сделать вывод о том, что запланированные задачи были выполнены.

На данном этапе сайт еще не опубликован в сети Интернет, работа над ним продолжится, для того, чтобы представить его широкому кругу пользователей.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Visual Studio Code. Википедия. Свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Visual Studio Code](https://ru.wikipedia.org/wiki/Visual_Studio_Code) – Дата доступа: 21.11.2022.
2. Сайтостроение. Как сделать свой сайт [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.aitishnik.ru/saytostroenie/7.html>– Дата доступа: 22.11.2022.
3. Создатель World Wide Web Тим Бернерс-Ли изменил мир, но сам остался прежним [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/308546> – Дата доступа: 12.10.2022.
4. Возможности Visual Studio Code. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.VisualStudioCode.com/features/main> – Дата доступа: 28.09.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**  
Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**РАЗРАБОТКА ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ТЕСТОВ В GOOGLE СЕРВИСАХ**

**Д. В. Ковалев**

*ГУО «Средняя школа № 5 г. Кричева», 8 «А» класс,  
Кричев, Беларусь*

Научный руководитель – М. Л. Кухаренко, учитель информатики ГУО «СШ № 5 г. Кричева», первая кв. категория учителя информатики.

Множество современных Интернет-сервисов помогают раскрыть навыки, которые нужны подросткам нашего возраста: умение искать информацию, сравнивать различные источники, распознавать нужную информацию, использовать различные медиа-ресурсы, навык онлайн-помощи своим одноклассникам, коллективное изучение, навыки эффективного общения. Среди такого множества наиболее соответствующими современным требованиям являются облачные сервисы Google.

В работе исследуются возможности Google сервисов для разработки познавательных тестов.

Объект исследования – сервисы Google. Рассматриваем только Google Формы, как средство создания тестов и работы с ними.

Гипотеза: разрабатывать тесты средствами Google Формы удобно и быстро, применять интересно и полезно; эта разработка посильна любознательному школьнику.

Цель работы – изучить возможности Google сервиса Формы и разработать в них познавательные тесты.

Основной метод в работе – это практический эксперимент.

В результате исследования впервые были получены следующие результаты: созданы в Google Формах познавательные тесты и применены на мероприятиях в школе.

Сервис Google Формы позволяет соответствовать всем требованиям тестирования и создать качественные компьютерные тесты. Компьютерные тесты – это тесты, которые предлагают сбор тестовой информации в режиме диалога испытуемого с компьютером. Традиционный тест обладает составом, целостностью и структурой. Он состоит из заданий, правил их применения, оценок за выполнение каждого задания и рекомендаций по интерпретации тестовых результатов. Результат традиционного теста зависит от количества вопросов, на которые был дан правильный ответ.

По содержанию тестирования выбрал следующие типы тестов, для разработки в Google Формах: тесты интеллекта, тесты специальных способностей, тесты достижений.

Далее изучил особенности работы в Google Формах. Для создания теста захожу в свой аккаунт и выбираю Новая форма. Вместо Новая форма впишу свое название теста. Вверху слева на шапке формы меняю «Новая форма» на свое название, кликнув по нему. Заполняю форму. В строке Вопрос пишу: Фамилия, имя. Выбираю Тип вопроса. Для этого в списке вопросов кликаю на название вопроса в поле справа, в выпадающем меню выбираю вопрос Текст (строка). Далее: бегунок справа внизу переключаю в правое положение. Тогда в форме этот вопрос помечается звёздочкой\* и становится обязательным. Без заполнения ответа на этот вопрос форма не сможет быть отправлена. Некоторые тесты создавал с обязательной идентификацией, некоторые можно было не заполнять поле и именем человека, который

тестировался. Добавляю следующий вопрос. Значок «+», тип вопроса – «один из списка» или «выпадающий список». В строку Вопрос ввожу текст вопроса, в строку Вариант – вариант ответа. И так все вопросы. Для настройки теста нажимаю значок «настройка» вверху справа, в виде шестерёнки, в окне перехожу на вкладку «тесты» и включаю строку Тест с помощью ползунка, добавляю ответы и сохраняю. После этого в нижней части вопросов появляется надпись Ответы, настраиваю ответы и баллы за них. Отмечаю правильный вариант ответа, кликая по нему, он выделяется зелёной «галочкой».

Таким образом изучив работу в Google Формам, создал познавательные тесты, список и ссылки представляю в таблице.

Название теста	Ссылка
Знакомство с компьютером	<a href="https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfxbC3VkvLnxyYJixyk-aaifOq9WFPVckcS0TdQFyzXf9M2-w/viewform?usp=share_link">https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfxbC3VkvLnxyYJixyk-aaifOq9WFPVckcS0TdQFyzXf9M2-w/viewform?usp=share_link</a>
Информация	<a href="https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdWwF6xmflE21xRoTvMBvAySIwIPqPz50NYzR8FgKPAМеPSMA/viewform?usp=share_link">https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdWwF6xmflE21xRoTvMBvAySIwIPqPz50NYzR8FgKPAМеPSMA/viewform?usp=share_link</a>
Текстовый редактор	<a href="https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfeG1basCu7RvBxY5p9vpZePlvMJo1LK5nVPwIsYd_sWhLw4A/viewform?usp=share_link">https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfeG1basCu7RvBxY5p9vpZePlvMJo1LK5nVPwIsYd_sWhLw4A/viewform?usp=share_link</a>
Думаем логически	<a href="https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdwwG91tKmY3r3zgu0hkAeYy2k066idtNVHtoW06je9SfaI6w/viewform?usp=share_link">https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdwwG91tKmY3r3zgu0hkAeYy2k066idtNVHtoW06je9SfaI6w/viewform?usp=share_link</a>
Измеряем информацию в компьютере	<a href="https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSckqBUoZX1_r9IxuFWhvK79KVdBWMuF7nv1poI3BUgZpL2jaw/viewform?usp=share_link">https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSckqBUoZX1_r9IxuFWhvK79KVdBWMuF7nv1poI3BUgZpL2jaw/viewform?usp=share_link</a>

Далее давал ссылку на тесты, которые у меня получились, для доступа всем, у кого есть ссылка. Применил эти тесты на дне самоуправления в нашей школе для детей 5-7 классов. Оказалось успешно и интересно, а также быстро в обработке результатов.

Практическая значимость исследования состоит в том, что подростки много времени проводят в Интернете и можно заинтересовать их тестами, чем играми, а еще лучше предложить самим составить тест, который потом и применить.

**Закключение.** Таким образом моя гипотеза доказана: разработанные в Google Формам тесты удобно применять, а также просто и интересно разрабатывать. Работа в Интернете для подростков может быть направлена в полезную сторону: развивайся через составление тестов; познавай, через проверку знаний; применяй, через мероприятия со сверстниками.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Как создавать и оценивать тесты в Google формах [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://support.google.com/docs/answer/7032287?hl=ru>. – Дата доступа: 20.03.2023.
2. Работа в Google сервисах [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://infourok.ru/kursy/search>. – Дата доступа: 14.02.2023.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

## **ИСПОЛНИТЕЛЬ РОБОТ ДЛЯ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON**

**В. А. Лешкевич, П. А. Лешкевич**

*ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, 7 «Б» класс; 10 класс,  
Высокое, Беларусь*

Научные руководители – А. Н. Лешкевич, учитель математики ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, высшая кв. категория учителя информатики; Е. В. Лешкевич, учитель белорусского языка и литературы ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, высшая кв. категория учителя белорусского языка и литературы.

В работе описан процесс создания и тестирования библиотеки «Robot» для языка программирования Python. В школьном курсе информатики в Республике Беларусь основным является исполнитель Робот в среде разработки PascalABC.NET. Но не все дети изучают PascalABC.NET. В некоторых школах изучается C++, Python. И уже для них нет библиотеки с исполнителем Робот. Разработанная библиотека «Robot» для языка программирования Python позволяет в рамках школьного курса информатики изучать основы языка программирования Python.

Цель исследования – создание библиотеки «Robot» на языке программирования Python.  
Задачи исследования:

- реализовать исполнитель «Робот» на языке программирования Python;
- создать задачник для исполнителя «Робот»;
- протестировать исполнитель «Робот».

Объект исследования – возможности языка Python для написания библиотеки.

Библиотека Robot реализована на языке программирования Python в среде программирования PyCharm. Для написания библиотеки Robot использовались различные библиотеки языка Python: tkinter, types, math, inspect, config.

В библиотеке запрограммированы классы, основные команды Робота (движение в разных направлениях, повороты, закрашивания и другие) и Экрана (размер поля, решение задач из задачника). Исполнитель Робот реализован в виде пятиугольника (указано направление движения Робота). Среда работы Робота представляет собой прямоугольное поле, размеры которого изменяются в зависимости от решаемой задачи. Исполнитель Робот может выполнять на поле следующие команды: движение вперед, назад; поворот влево, вправо; закрашивание клетки; изменение скорости, цвета робота; проверка наличия стены и закрашенной клетки.

Для использования библиотеки «Robot» на учебных занятиях был написан задачник. Часть задач составлена на основе задач из библиотеки «Robot» языка PascalABC.NET. Предложены также авторские задачи. Решение некоторых задач предполагает использование циклов и подпрограмм. Все описанные в задачнике задачи решены и протестированы.

Исполнитель Робот для языка программирования Python – это возможность изучать материал школьной программы по информатике, не переключаясь на другой язык программирования.

**Заключение.** Результаты исследования можно сформулировать следующим образом:

- в библиотеке реализованы внешний вид поля и исполнителя Робот; команды, позволяющие задавать размеры поля; команды, которые задают движение Робота, его повороты; изменяют скорость движения, цвет; закрашивают клетку поля; проверяют наличие стены и закрашенной клетки;

- для исполнителя Робот написан задачник, который позволяет формировать навыки работы с алгоритмическими конструкциями (ветвление, циклы), вспомогательными алгоритмами;

- решение различных задач – это способ протестировать работу исполнителя Робот. В процессе тестирования исправлялись ошибки, вносились изменения, улучшалась работа библиотеки Robot.

Библиотеку «Robot» можно использовать на уроках информатики в 7 классе в тех учреждениях образования, где в качестве языка программирования изучается язык Python.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Библиотека turtle.py [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://android.googlesource.com/platform/prebuilts/python/darwin-x86/2.7.5/+ffab958fd8d42ed7227d83007350e61555a1fa36/lib/python2.7/lib-tk/turtle.py>. – Дата доступа: 20.10.2022

2. Информатика. 7 класс. Электронное приложение к учебному пособию [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <http://informatika7.adu.by/>. – Дата доступа: 05.09.2022

3. Исполнитель Робот [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <http://pascalabc.net/downloads/pabcnethelp/index.htm?page=ForEducation/Executors/robotstart.html>. – Дата доступа: 20.10.2022

4. Практика: Робот [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа: [http://judge.mipt.ru/mipt\\_cs\\_on\\_python3/labs/lab2.html#id3](http://judge.mipt.ru/mipt_cs_on_python3/labs/lab2.html#id3). – Дата доступа: 18.10.2022

5. Роботы в повседневной жизни человека [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://mentamore.com/robototekhnika/roboty-v-povsednevnoj-zhizni-cheloveka.html>. – Дата доступа: 12.10.2022.

6. Среда программирования Кумир: исполнитель Робот [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://sites.google.com/site/sredaprogramirovaniakumir/ispolnitel-robot>. – Дата доступа: 12.10.2022.

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследацельскіх работ учасніц сярніх,  
сярніх спецыяльных ўчебных заведзенняў і студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омэге...»**

Секцыя 3. Камп'ютэрныя навукі і праграмаванне  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

### **НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ И НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ**

**Д. С. Лешук**

*ГУО «Средняя школа № 23 им. Ф.П. Гудея г. Гродно», 5 «П» класс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – С. С. Лешук, учитель информатики ГУО «Средняя школа № 23 им. Ф.П. Гудея г. Гродно», высшая кв. категория учителя.

В последние годы язык (и среда) программирования Scratch стал очень популярным. Scratch занимает 24-е место среди самых популярных языков программирования, включая C, Java, C++, C#, PHP, Pascal и другие. Двадцать четвертое место для "игрушечного" детского языка (кстати, у Logo - 32) можно объяснить огромной потребностью как педагогического сообщества в целом, так и самих детей в средствах "мышления", изучения и выражения себя [2].

Scratch отличается от других языков программирования, используемых в школе. Он увлекает учащегося, начиная от первоначального внимания до создания моделей и работы с моделями. Это делает его незаменимым инструментом для организации научной и познавательной деятельности [2].

Scratch – не только средство организации учебных занятий. Он может быть использован как инструмент творчества. Scratch помогает взглянуть на учебный материал по-новому. Большое количество визуальных эффектов делает Scratch очень привлекательным как средство самовыражения [3].

Цель: демонстрация возможностей использования среды Scratch на уроках и факультативных занятиях по математике в 5 классе при изучении темы «НОК и НОД».

Для этого необходимо решить ряд задач:

- найти информацию, касающуюся систем и технологий для реализации проекта;
- разработать образовательную игру по теме «НОК и НОД»;
- способствовать развитию навыков самостоятельной работы при выполнении заданий через приложение Scratch;
- способствовать совершенствованию образовательного процесса через внедрение и использование программы Scratch.

Гипотеза моей исследовательской работы: создать образовательный проект можно самому, если изучить процесс разработки и реализации проектов; изучить принципы и технологию создания в программе Scratch; разработать собственный тренажер; провести контрольное тестирование.

Методы исследования: анализ информационных источников; сравнение; компьютерный эксперимент.

Scratch – визуальная объектно-ориентированная среда программирования для обучения школьников младших и средних классов. Основными компонентами Scratch-программы являются объекты-спрайты. Спрайт состоит из графического представления – набора кадров-костюмов (англ. costume) и сценария-скрипта [1].

Образовательный проект «Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное» создан с помощью языка программирования Scratch с использованием встроенных в движок функций.

Полностью был придуман сюжет проекта, создан дизайн интерфейса, придуман тренажер. Проект включает в себя две отдельные темы, изучаемые в математике 5 класса: наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Каждая из которых содержит четыре раздела: теоретическую часть, практическую часть, калькулятор и тренажер. В теоретической части учащиеся могут ознакомиться с основными определениями по теме, рассмотреть примеры решения задач и ознакомиться с основными формулами. В практической части учащиеся сами решают разноуровневые задачи. Также может использовать калькулятор и попробовать свои силы на тренажере.

В практической части используется линейный алгоритм, который включает в себя 10 заданий. Раздел калькулятор основан на циклическом алгоритме с использованием массива. С помощью его можно найти НОД или НОК двух любых чисел. В разделе тренажер используются два случайных числа в диапазоне от 2 до 100.

В работе используется алгоритм нахождения НОД делением:

1. Большее число делим на меньшее.
2. Если делится без остатка, то меньшее число и есть НОД (следует выйти из цикла).
3. Если есть остаток, то большее число заменяем на остаток от деления.
4. Переходим к пункту 1.

Для вычисления НОК используем формулу, которая умножает эти числа друг на друга и делит на НОД этих чисел.

**Заключение.** Конечным продуктом моей работы является компьютерный образовательный проект «Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное», что доказывает выдвинутую мной гипотезу. Я достиг цели работы, решил поставленные при планировании задачи.

Разработанная образовательная игра в формате Scratch может быть использована на уроках математики при изучении тем «НОК и НОД», на факультативных занятиях по математике, для работы с одаренными учащимися в 5 классе. Образовательная игра может использоваться педагогами, учащимися и родителями. Игра содействует формированию умения самостоятельно получать знания и проверять их на практике.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Виды и уровни педагогического проектирования. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://monographies.ru/en/book/section?id=7441>
2. Язык программирования «Скрэтч» для начинающих. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://infourok.ru/issledovatel'skaya-rabota-yazyk-programirovaniya-skretch-dlya-nachinayushih-5462278.html>
3. Использование среды программирования Scratch в раннем обучении информатике [Электронный ресурс] // Библиофонд. Электронная библиотека студента – Режим доступа: <https://www.bibliofond.ru/view.aspx?id=895896>

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследавальскіх работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON ДЛЯ СОЗДАНИЯ  
ИГРЫ «UNKNOWN FOREST»**

**А. Д. Лукашевич**

*ГУО «Гимназия №10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно», 9 «Г» класс  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – Е. В. Асмукович, учитель информатики ГУО «Гимназия №10 им. Митрополита Филарета (Вахромеева) г. Гродно», первая кв. категория учителя информатики.

Компьютерные игры – одно из самых динамично развивающихся направлений в сфере ИТ. Разработка игр - творческая работа, требующая серьезной технической подготовки и компьютерной компетентности. В зависимости от требований к игре, разработчик нуждается в том или ином языке программирования для работы. Язык Python, предлагающий доступ к объектно-ориентированному программированию, универсален и крайне прост для изучения и работы на нем, из-за чего широко распространен среди программистов. Python имеет собственный набор модулей Pygame, что позволяет разработчиками моделировать свои будущие игры. Для меня, как для начинающего программиста, изучающего язык Python, в этом отношении особый интерес вызывает создание своей первой полноценной игры.

**Цель работы** – создать игру “Unknown Forest” на языке программирования Python.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

- освоить язык программирования Python для создания игры;
- освоить программу JetBrains PyCharm;
- спроектировать структуру и дизайн игры;
- подобрать материал для создания игры;
- создать игру с использованием программы JetBrains PyCharm;
- протестировать игру.

При работе применялись следующие **методы**:

- поисковый метод с использованием научной и учебной литературы, а также поиск необходимой информации в сети Интернет;
- практический метод создания игры на основе полученных знаний в программе JetBrains PyCharm;
- анализ полученных в ходе работы результатов.

Для разработки и создания игры я использовал редактор JetBrains PyCharm. Эта программа одинаково подходит как для начинающих программистов, так и для профессиональных разработчиков.

В основу игры положено старое белорусское предание — это легенда о Неврах, которая уходит в давние доантичные времена. Она о том, что в самые древние времена на территории нынешней Брестской и Гродненской области в лесах жили могучие воины - Невры. Они были огромной силы и непобедимы в бою. При большой опасности они могли закрутиться вокруг своей оси и превратиться в волка.

Игра представляет собой аркаду. Действие игры происходит в загадочном лесу. Главный персонаж это Невр - непобедимый боец, из самого старого белорусского предания,

обладающий огромной силой. В лесу, согласно легендам, проживает много различных мифологических персонажей - монстров. Задача нашего героя победить их.

При создании игры я придерживался следующих этапов:

- Первый этап – Разработка идеи игры.
- Второй этап - Выбор программы для создания игры.
- Третий этап – Подготовка и структурирование информации.
- Четвертый этап – Техническая реализация.
- Пятый этап – Тестирование.

Пятый этап оказался весьма полезным, так как протестировав игру, мои одноклассники и друзья поделились своими впечатлениями и дали несколько рекомендаций. Так были заменены текстуры блоков, увеличилось количество врагов и продолжительность игры.

**Заключение.** В ходе работы над проектом, я пришел к выводу, что разработка игры – нечто большее, чем просто программирование.

Среди результатов моей работы можно отметить следующие:

1. освоил язык программирования Python;
2. освоил программу JetBrains PyCharm;
3. создал игру на языке Python;
4. приобрёл навыки по созданию игр;
5. принял участие в конкурсе по созданию игр в ITeen академии и занял там первое место;
6. получил много удовольствия от проделанной работы.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Википедия [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/>. — Дата доступа: 01.03.2023.

2. Онлайн сервис itch.io [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://itch.io/>. — Дата доступа: 01.03.2023.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»  
Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**РАЗРАБОТКА ЧАТ-БОТОВ В TELEGRAM ДЛЯ СТЕГАНОГРАФИИ**

**Е. Н. Начаткин**

*ГУО «Радощковичская средняя школа №1 Молодечненского района», 10 класс,  
Радощковичи, Беларусь*

Научный руководитель – Л. И. Желибо, заместитель директора по учебной работе ГУО «Радощковичская средняя школа №1 Молодечненского района», высшая кв. категория учителя.

Целью моей работы является разработка программы на Python для чат-бота с целью хранения и передачи зашифрованной информации.

В соответствии с целью решаются следующие задачи:

- ознакомиться с возможностями чат-ботов в Telegram;
- создать чат-ботов для Telegram на языке программирования Python.

**Что такое чат-бот.** Это отдельный тип аккаунта, который принимает и обрабатывает сообщение автоматически. Возможность создания ботов поддерживается многими площадками. Для своего проекта я выбрал Telegram по причине его популярности в настоящее время. Создание ботов для Telegram, и не только для него, строится на использовании API. API - это интерфейс, который позволяет общатся приложению с серверами Telegram. Писать бота я решил на Python с использованием библиотеки Aiogram. Но перед тем как писать бота его нужно зарегистрировать через официального Telegram бота @BotFather. Папка с рисунками <https://drive.google.com/drive/folders/1fA9Gj7dFT0nNNYAqccJnotmo8kvmbKOb>

Следуя указаниям мы по итогу получаем ссылку на чат с ботом и его токен. Через токен как раз и осуществляется управление ботом, поэтому токен не должен разглашаться. В случае утечки токена его можно пересоздать.

Весь исходный код бота доступен в открытом виде на GitHub: <https://github.com/Nervok373/StegaPic> . При запуске бота следует убедиться, что структура файлов соответствует тому, что описано ниже. Бот использует библиотеки Aiogram и pillow. Первая для работы с Telegram, вторая для работы с изображениями. Структура файлов бота представлена на рисунке 2.

Папки `srupt_img`, `img`, `key` нужны для временного хранения кодированного изображения, начального изображения, которое прислал пользователь и ключа соответственно. Хранятся все эти папки в одной папке `tmp` (от `temporary` - временное). Далее можно увидеть на равне с папкой `tmp` файлы `decrypt.py`, `encrypt.py` и `main.py`. В них хранится код бота, приставка `.py` указывает на то, что это файл с python кодом. В `encrypt.py` код для кодирования сообщения в изображение, в `decrypt.py` код для обратного процесса, а `main.py` основной файл с ботом.

**Способы сокрытия информации.** Способов сокрытия информации в изображении много. Я буду делать это следующим образом:

1. Получаем изображение и текст от пользователя.
2. Переводим текст в unicode, то есть в числовое представление.
3. Нормализуем числовое представление текста.
4. Проходимся по тексту и записываем каждый символ в случайный пиксель фотографии, попутно записывая, в какие пиксели были изменены (это и будет ключом).

5. Сохранить измененную фотографию и файл с ключом.

6. Отправить ключ и фото пользователю.

Немного подробнее по третьему пункту. Каждый символ в зависимости от используемой кодировки обозначается определённым числом. Не стану вдаваться в подробности про разновидности кодировок и историю их формирования, так как это не так важно. Важно то, что алфавит латиницы (английские буквы) вместе с техническими символами кодируется в пределах от 0 до 126. А кириллица (русский текст) кодируется в пределах от 1025 до 1105. Проблема в том, что цвет в изображении кодируется в пределах от 0 до 255, и получается, что кириллица в этот предел не входит. Процесс нормализации смещает кириллицу в пределы до 255. То есть ужимает латиницу и кириллицу вместе. После чего разбивает информацию о числовом представлении символа на 3 цветовых канала (R, G, B). Это не обязательно, но это позволяет не выделяться одному какому-то цвету, в перспективе оставляет место для кодирования, и таким образом пиксель не становится слишком ярким. Схема нормализации представлена на рисунке 3. Этот процесс осуществляется пока не обработается каждая буква текста.

**Использование бота.** 1. Заходим в чат с ботом. Когда пользователь делает это в первый раз, то видит приветственную надпись и кнопку Start.

2. После нажатия на кнопку отправляется команда /start (команды в Telegram имеют синий окрас и могут нажиматься). Пользователю предлагается использовать /help, чтобы получить возможные команды. Бот имеет изображение с буквой S, по первой букве названия.

Так как команды можно нажимать прямо из сообщения, то пользователю можно не утруждать себя их вводом. А если пользователь почистил историю переписки с ботом, то он может вызвать команды через Меню, которое доступно всегда.

3. Запись сообщения в фотографию происходит в 2 этапа: отправка фото, отправка сообщения. Следует отметить первое сообщение бота. Фото стоит присылать без сжатия, так как при сжатии могут быть утрачены пиксели с закодированным сообщением. При использовании /into\_pic это не важно, но в последствии при пересылке фото другим людям или отправке боту для получения исходного текста, следует это помнить.

4. Получение текста обратно происходит также в 2 этапа. Запустить бота можно с своего компьютера, для этого нужно иметь установленный Python, и работать бот будет только пока запущен. Чтобы бот был активен постоянно можно использовать хостинги, сервера, на которых будет запущен бот. Несмотря на то, что они платные, некоторые из них бесплатно предоставляют малые ресурсы, которых достаточно для небольших проектов с небольшой нагрузкой.

**Заключение.** Из вышесказанного можно сделать вывод: использование чат-ботов ведет к повышению операционной эффективности, увеличивают возможности компаний; использование чат-ботов в Telegram позволяет хранить и передавать зашифрованную информацию. Разработан чат-бот для Telegram на языке программирования Python. Папка с рисунками <https://drive.google.com/drive/folders/1fA9Gj7dFT0nNNYAqccJnotmo8kvmbK06>

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Конструктор чат-ботов с искусственным интеллектом [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://aimylogic.com/ru/chatbot?utm\\_source=google&utm\\_medium=cpc&utm\\_campaign=Aimylogic\\_Chatbots\\_Search&utm\\_content=588986294297&utm\\_term=%D1%81%D0%BE%D0%B7%D0%B4%D0%B0%D1%82%D1%8C%20%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%D0%B2%20%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC&gclid=Cj0KCQiAgOefBhDgARIsAMhqXA4r\\_cPhtiqDpkUgdBoiFqEkzZYkjt55WyxAlJFwxBOpWfeBUte5xXwaAmPZEALw\\_wcB](https://aimylogic.com/ru/chatbot?utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=Aimylogic_Chatbots_Search&utm_content=588986294297&utm_term=%D1%81%D0%BE%D0%B7%D0%B4%D0%B0%D1%82%D1%8C%20%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%D0%B2%20%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC&gclid=Cj0KCQiAgOefBhDgARIsAMhqXA4r_cPhtiqDpkUgdBoiFqEkzZYkjt55WyxAlJFwxBOpWfeBUte5xXwaAmPZEALw_wcB). – Дата доступа 14.12.2022.

2. Чат-боты в Telegram на Python [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/697052/>. – Дата доступа 14.12.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**СОЗДАНИЕ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ С WEB3.0 И  
BLOCKCHAIN**

**А. В. Петровский**

*ГУО «Средняя школа № 23 им. Ф.П. Гудея г. Гродно», 10 «П» класс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – С. С. Лещук, учитель информатики ГУО «Средняя школа № 23 им. Ф.П. Гудея г. Гродно», высшая кв. категория учителя.

В наши дни всю большую популярность набирает разработка нового класса программного обеспечения, носящего название «децентрализованные приложения». Его основы были заложены технологиями Bitcoin и BitTorrent. Последние несколько лет весь мир был взбудоражен резко возросшей популярностью криптовалют, благодаря чему в центре внимания оказалась технология блокчейн. Как выяснилось при более тщательном анализе, сфера её применения не ограничивается только лишь созданием электронных денежных средств и платформ для обмена ими [1].

Последние несколько лет все чаще высказывается мнение о том, что нынешняя модель Интернета морально устарела и требует пересмотра: корпорации жадно собирают данные пользователей, устраивают цензуру и знают о юзерах больше, чем их ближайшие родственники. Лидеры мнений и индустрии предлагают свои идеи по формированию Web 3.0 и рассказывают о том, как сделать Сеть лучше и безопаснее [4].

Интернет нового поколения – Web3.0 – будет основан на децентрализованных технологиях. Переход к Web3.0 будет долгим и постепенным, но решения на основе децентрализованных технологий – и, прежде всего, dapps – входят в реальную жизнь уже сейчас [2].

Цель работы: создание децентрализованной социальной сети с Web3 и блокчейном.

Для решения данной проблемы я поставил перед собою ряд задач:

- ознакомиться с литературными источниками по языку программирования;
- систематизировать и обобщить литературу по данной теме;
- моделирование предметной области и обоснования выбранных средств разработки проекта;
- программная реализация проекта.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследования: анализ информационных источников, сравнение, компьютерный эксперимент.

Гипотеза моей исследовательской работы: создание децентрализованной социальной сети с Web3 и блокчейном можно самому, если изучить понятие блокчейн и возможностей её применения, а также анализ текущей востребованности технологии и степени её распространения; изучить язык программирования Python.

Блокчейн – это распределенная децентрализованная защищенная шифром база данных, в которой каждая совершенная транзакция записывается и становится известна всем участникам сети [1].

Децентрализованные приложения (dapps) – это цифровые приложения или программы, которые существуют и выполняются на блокчейне или одноранговой сети компьютеров (P2P) вместо одного компьютера [3].

В качестве основы будет использоваться верстка и общий макет социальной сети Twitter. Twitter является одной из самых популярных платформ социальных сетей для пользователей в криптосфере. Однако пользователи понимают, что децентрализованная версия Twitter была бы очень полезна, поскольку она устранила бы негативные аспекты централизованной платформы. Таким образом, в этом проекте будет создаваться клон Twitter Web3. Создав и запустив клон Twitter с функциональностью Web3, такая платформа может вместить в себя множество преимуществ технологии блокчейн и может предоставить пользователям настоящую децентрализацию.

Для разработки приложения используются два языка: JavaScript и Solidity. Solidity – это самый актуальный язык для разработки смарт-контрактов и написания блокчейна. Для JavaScript используется библиотека React и Moralis.

Файл tweets.sol описывает логику созданного блокчейна. В этот файл интерпрированы такие функции, как транзакция криптовалюты, майнинг, подключение к общедоступной сети Ethereum и другие.

Директория components состоит из файлов, составляющих верстку и соединяющих файл tweets.sol с северной частью сайта.

Как и во всех dapps, пользователи должны сначала пройти аутентификацию Web3 с помощью кошельков Web3. Нажав на приведенную выше кнопку “Подключить кошелек”, пользователи могут выбрать предпочитаемый инструмент входа в Web3.

Пользователь может изменить свой профиль, перейдя в настройки. Наконец, пользователь может сделать Twitter, вписав в базу блокчейна свой твит.

**Заключение.** В результате теоретического и практического анализа данной темы, я пришел к выводу, что моя гипотеза подтвердилась: что посредством использования библиотек React и Moralis для работы JavaScript и языка Solidity для разработки смарт-контрактов можно создать децентрализованную социальную сеть с Web3 и блокчейном.

Новый Интернет даст нам более персонализированный опыт просмотра, более умного и человечный поиск и все преимущества децентрализации, которые, как будем надеяться, помогут создать более справедливый Интернет. Каждый пользователь в нем сможет целиком и полностью владеть своими данными.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Применение технологии блокчейн в банковской сфере [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.hozir.org/kurovaya-rabota-primenenie-tehnologii-blockchain-v-bankovskoj.html?page=2>. – Дата доступа: 03.12.2022.

2. Децентрализованное приложение DAPP, особенности, примеры [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://intellect.icu/detsentralizovannoe-prilozhenie-dapp-osobennosti-primery-936>. – Дата доступа: 14.10.2022.

3. Что такое dApp и для чего они нужны? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://vc.ru/waves/76677-cto-takoe-dapp-i-dlya-chego-oni-nuzhny>. – Дата доступа: 28.10.2022.

4. Web 3.0: от зари интернета до метавселенных [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://rb.ru/analytics/web-3-0/>. – Дата доступа: 25.09.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

## **ЛОКАЦИЯ ПУТИ В ГРАФЕ СРЕДСТВАМИ РАЗЛИЧНЫХ АЛГОРИТМОВ**

**Д. А. Филон**

*ГУО «Речицкий районный лицей», 10 «Б» класс  
Речица, Беларусь*

Научный руководитель – В.Н. Смелова, учитель информатики ГУО «Речицкий районный лицей», высшая кв. категория учителя информатики.

В работе исследуются алгоритмы нахождения пути на неориентированных невзвешенных графах и рассматриваются адаптации выбранных алгоритмов к указанному типу графов. Выбранные алгоритмы: Поиск в глубину, Поиск в ширину, Алгоритм Дейкстры.

Объектами исследования являются алгоритмы поиска пути на невзвешенном неориентированном графе: поиск в глубину, поиск в ширину, алгоритм Дейкстры.

Цель работы – создать программное обеспечение, позволяющее исследовать представленные в подборке алгоритмы нахождения пути с помощью моделирования различных ситуаций и визуализации работы алгоритмов.

Задачи:

- 1) Выбрать платформу для разработки приложения.
- 2) Выявить фаворитов по популярности среди алгоритмов нахождения пути.
- 3) Изучить и модифицировать выбранные алгоритмы нахождения пути.
- 4) Создать программу и ее интерфейс.

В ходе работы были впервые получены следующие результаты: разработан программный продукт, позволяющий исследовать представленные в подборке алгоритмы нахождения пути на графе посредством настройки графа, настройки «шагов» алгоритмов, визуализации работы алгоритмов на разных представлениях графов.

Программа состоит из пяти окон узкого назначения. Первое окно является основным, с помощью его можно перемещаться между остальными окнами приложения, содержит краткое описание приложения. Переход к остальным окнам происходит через кнопки.

Второе окно представляет собой редактор уровня. Он содержит перо в виде мыши, и имеет 2 функции удалить узел и добавить узел, удаленные узлы отображаются в виде квадратов, также в данном окне можно изменить количество узлов графа, а также сбросить текущий граф. Изменения в графе сохраняются при закрытии окна.

Третье окно является редактором настроек шагов алгоритма. Данный параметр отвечает за список узлов, с которыми алгоритм может взаимодействовать, также является настройкой ребер графа. Всего доступно к настройке 24 ближайших узла к текущему узлу алгоритма.

Четвертое окно приложения отвечает за настройку и визуализацию работы алгоритмов. Состоит из панели отображения и блока настроек:

- способ отображения алгоритма по типу онлайн/готовый результат;
- выбор алгоритма, который будет находить путь;
- настройки размера графа для нахождения пути;
- загрузить созданный пользователем граф;
- алгоритмически создать граф с препятствиями по типу хаос и лабиринт;
- сменить тип отображения графов плитка/граф;

- включить градиентную подсветку просмотренных узлов или ребер, в случае с графовым отображением;
- подсветить возможные ходы при плиточном отображении и подсветить пройденные узлы в случае с графовым представлением.

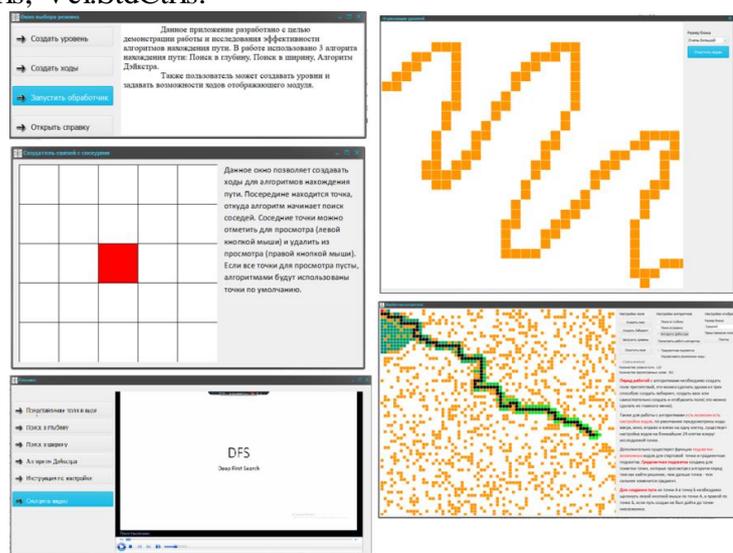
Также можно посмотреть какой объем данных алгоритм проанализировал, перед тем как выдать результат. И прочитать, за что отвечают настройки в краткой справке.

Пятое окно отвечает за ознакомление пользователя с принципом работы приложения и алгоритмов, использованными в нем, и имеет пять вкладок. Первая содержит алгоритм, по принципу которого графы представлены в приложении, следующие 3 вкладки содержат объяснения принципа работы алгоритмов с записанными видео уроками. Последняя вкладка содержит объяснения настроек, которые можно использовать в приложении.

Приложение работает на операционной системе Windows 7/10; разрядность 32/64-bit.

Инструменты, использованные для создания программного продукта: язык программирования –Delphi; Среда разработки – Embarcadero Delphi IDE.

Использованы пакеты, модули и библиотеки: Winapi.Windows, Winapi.Messages, System.SysUtils, System.Variants, System.Classes, Vcl.Graphics, Vcl.Controls, Vcl.Forms, Vcl.Dialogs, Vcl.ExtCtrls, Vcl.StdCtrls.



**Рисунок 1 – Интерфейсы окон приложения**

**Заключение.** В процессе исследовательской работы было разработано приложение ознакомительно-обучающего характера для исследования работы алгоритмов Поиск в глубину, Поиск в ширину, Алгоритм Дейкстры. Результат исследовательской работы полностью соответствует целям работы. Данная тема имеет большой потенциал развития, это связано с развитием IT сферы в направлении компьютерного зрения и робототехники. Приложение, разработанное в процессе работы, представляет исследовательскую ценность, поскольку не имеет аналогов, и реализует большинство функций, необходимых для исследования алгоритмов.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Граф структура данных [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://evileg.com/> – Дата доступа: 10.03.2023.
2. Поиск в ширину [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.algorithmica.org/> – Дата доступа: 26.09.2022.
3. Алгоритм Дейкстры [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.algorithmica.org/> – Дата доступа: 10.10.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 3. Компьютерные науки и программирование  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОНТАННО-ВОЗНИКАЮЩИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ  
НАНОСТРУКТУР С УЧАСТИЕМ ПЛОСКИХ УПРУГИХ ДОМЕНОВ**

**Т. А. Хахимов**

*ГУО «Средняя школа № 69 г. Минска», 11 «А» класс,  
Минск, Беларусь*

Научный руководитель – Д. В. Малашко, учитель информатики ГУО «Средняя школа № 69 г. Минска», высшая квалификационная категория.

Сегодня, в век развития компьютерных технологий, наступило время, когда невозможно говорить об изучении каких-либо объектов и явлений в рамках только одной дисциплины. Так, информатика как наука тесно связана с математикой, физикой, химией и другими науками. И эта связь будет всё больше усиливаться в связи с внедрением новых компьютерных технологий в человеческую жизнь. Следует отметить, что прорыв в информатике невозможен без знания физических и математических законов, также как и без компьютера, невозможен прогресс в развитии физики и других наук. Компьютерные технологии – это одна из ступенек огромной лестницы, которые приведут человечество к разгадке многих тайн природы.

Тема моей работы «Моделирование спонтанно-возникающих периодических наноструктур с участием плоских упругих доменов».

Идея изучения данной темы возникла не случайно. Мы живём в век нанотехнологий, сегодня наука и весь учёный мир настолько глубоко проникли вовнутрь вещества, что нужны технологии для дальнейшего исследования глубинных структур вещества. В современном мире практически ни одна технология не обходится без использования нанотехнологий. С каждым годом нанотехнологии всё больше распространяются в различных сферах промышленности, медицины, науки и становятся ключевыми направлениями развития данных сфер. Благодаря нанотехнологиям обеспечивается повышение качества и надёжность функционирования различных сфер производства.

Так как нанотехнологии малоизучены и постоянно развиваются, то дальнейшее изучение, совершенствование и применение нанотехнологий в различных сферах деятельности человека является актуальным.

Слово «нано» (от греческого *nanos* – карлик) это приставка, означающая одну миллиардную долю чего-либо. Нанотехнологии - это технологии работы с веществом на уровне отдельных атомов.

**Цель:** создать модель спонтанно-возникающей периодической наноструктуры с участием плоских упругих доменов для изучения её физических свойств.

Для достижения цели работы были поставлены следующие **задачи:**

изучить литературу о нанотехнологиях, наноустройствах и наноструктурах;

проанализировать программное обеспечение для создания 3D моделей;

создать макромодели наноструктуры с различной длиной шага для изучения физических свойств;

изучить физические свойства макромодели.

**Объект исследования:** 3D – моделирование.

**Предмет исследования:** макромодель наноструктуры.

**Практическая значимость:** полученные результаты могут быть использованы для различных разработок в сфере полупроводников и лазерных наноустройств.

В ходе работы были использованы следующие **методы**:

1. Теоретические: а) анализ источников; б) систематизация полученных данных.
2. Эмпирические: а) 3D - моделирование макромоделей в виртуальной среде; б) 3D – печать макромоделей; в) изучение физических свойств макромоделей.

**Заключение.** В ходе работы были смоделированы и распечатаны на 3D - принтере макромодели спонтанно-упорядоченных наноструктур с участием плоских упругих доменов; изучены физические свойства макромоделей.

Макромодели были растянуты и, впоследствии, разорваны на разрывной машине. Полученные данные были обработаны и рассчитаны, в виде диаграмм.

По диаграммам были сделаны выводы о зависимости физических свойств от длины шага  $D$  доменов. Пластичность имеет тенденцию к уменьшению с ростом длины шага  $D$ . Зависимость предела прочности носит немонотонный характер и напоминает кубическую параболу.

Самыми большими пределами прочности обладают детали с большей длиной шага, относительная деформация при этом минимальная. Деталь с малой длиной шага так же обладает достаточно большими пределами прочности, но при этом имеет крайне высокую относительную деформацию. Значения относительной деформации и предела прочности у деталей со средней длиной шага соответственно средние.

Полученные мной результаты могут быть использованы для различных разработок в сфере полупроводников и лазерных наноустройств.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Кирчанов, В. С. Наноматериалы и нанотехнологии: учеб. пособие / В. С. Кирчанов. – Пермь. Изд-во Перм. нац. иссл. политех. ун-та, 2016 – 193 с.
2. Турыгин, А. П. Эволюция доменной структуры сегнетоэлектриков при локальном переключении поляризации и эффекты самоорганизации: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07 / А. П. Турыгин; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург, 2019. – 24 с.
3. InGaAs/GaAs/AlGaAs-лазеры, излучающие на длине волны 1190 нм, выращенные методом МOC-гибридной эпитаксии на подложки GaAs / Д.А. Винокуров [и др.] // Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук. – 2010. – Т.44, вып. 12.
4. Методы эмпирического исследования: наблюдение, эксперимент, сравнение, измерение [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://bsu-philosophy.fandom.com/wiki/Методы\\_эмпирического\\_исследования:\\_наблюдение,\\_эксперимент,\\_сравнение,\\_измерение](https://bsu-philosophy.fandom.com/wiki/Методы_эмпирического_исследования:_наблюдение,_эксперимент,_сравнение,_измерение). – Дата доступа: 28.09.2022.
5. Лучшие программы для 3D-печати в 2022 году [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://rec3d.ru/rec-wiki/luchshie-programmy-dlya-3d-pechati-v-2022-godu/#Tinkercad>. – Дата доступа: 02.10.2022.

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследацкіх работ учасніц сярніх,  
сярніх спецыяльных ўчебных заведзенняў і студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омэге...»**

Секцыя 3. Камп'ютэрныя навукі і праграмаванне  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

**СИМУЛЯЦІЯ РАСПРОСТРАНЕННЯ COVID-19**

**А. М. Чічкан**

*ГУО «Средняя школа № 23 им. Ф.П. Гудея г. Гродно», 10 «П» класс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – С. С. Лещук, учитель информатики ГУО «Средняя школа № 23 им. Ф.П. Гудея г. Гродно», высшая кв. категория учителя.

Отличительной особенностью вируса COVID-19 стало его чрезвычайно быстрое распространение посредством контактов между людьми. Так, системы здравоохранения большинства стран физически не справились с масштабами эпидемии. По этой причине повсеместно страны объявили о необходимости введения жестких карантинных мер. Следствием этих событий стали колоссальные экономические потери в большинстве стран мира ввиду остановки экономической деятельности, а также большое количество летальных случаев из-за неспособности систем здравоохранения справиться с вызовами, брошенными пандемией человечеству.

В связи с пандемией коронавируса многие люди по всему миру стали чуть больше разбираться в том, как распространяются инфекционные заболевания. В повседневный обиход вошли выражения "выйти на плато", то есть стабилизировать эпидемию, и "сгладить кривую", то есть замедлить распространение вируса.

Цель работы: создание программного комплекса для настройки и симуляции распространения вирусов на примере COVID-19.

Для этого необходимо решить ряд задач:

- изучить понятие, что такое вирус и как он распространяется;
- рассмотреть и изучить использование библиотеки NumPy;
- рассмотреть применение библиотеки Matplotlib для визуализации данных;
- создать на основе этих технологий симуляцию COVID-19.

Гипотеза моей исследовательской работы: я предполагаю, что посредством использования библиотеки NumPy для создания нейросети и библиотеки Matplotlib для визуализации данных можно создать программный настраиваемый комплекс для симуляции распространения вируса на примере COVID-19.

Методы исследования: анализ информационных источников; сравнение; компьютерный эксперимент.

Для расчёта того, как будет развиваться вирус я создал словарь VIRUS\_PARAMS с необходимыми параметрами, которые есть у любого вируса.

Мультиагентное моделирование в последние годы получает все более широкое распространение в мировой научной практике [1]. В том числе и в ряду активизировавшихся в связи с пандемией COVID-19 исследований, спровоцировавших построение различных видов моделей для прогноза развития эпидемии и оценки эффективности противоэпидемических мероприятий [2]. При этом предлагаемые модели характеризуются достаточно высокой степенью абстрагирования, ограничиваясь моделированием динамики распространения инфекции преимущественно за счет моделирования вероятных контактов агентов только в местах их массового скопления – в местах работы или учебы, в общественном

транспорте и в магазинах. Причем сама картина относительного распределения как упомянутых, так и множества других возможных мест взаимодействия людей априори остается «за кадром».

Поскольку Python — язык интерпретируемый, это создает некоторые трудности при дистрибуции зловредов: нужно, чтобы в ОС был интерпретатор нужной версии, а все необходимые библиотеки были установлены в правильные места на диске. Все это сильно мешает типу программ, который должен сам себя устанавливать и запускать. Поэтому питонячие вирусы, направленные на заражение клиентских машин (а ведь можно еще и заражать серверы) принято упаковывать в бинарный исполняемый файл, который содержит в себе либо интерпретатор с библиотеками в архиве, либо двоичную программу, собранную на основе Python кода [3].

Проблема с введением жестких ограничений, позволяющих быстро прекратить эпидемию, заключается в том, что население по-прежнему остается крайне восприимчивым к вирусу. Иммунитет к болезни приобретает лишь малая часть населения, и эпидемия снова начнет прогрессировать экспоненциально в период второй вспышки заболеваемости.

**Заключение.** В результате теоретического и практического анализа данной темы, я пришел к выводу, что моя гипотеза подтвердилась: что посредством использования библиотеки NumPy для создания нейросети и библиотеки Matplotlib для визуализации данных можно создать программный настраиваемый комплекс для симуляции распространения вируса на примере COVID-19.

В планах осталось создать Веб-интерфейс и дать пользователям возможность задавать свои параметры.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Мельничук А.В. Решение задач оптимизации с использованием мультиагентных моделей / А.В. Мельничук, Т.В. Сивакова, В.А. Судаков // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2019. – № 100. – 16 с. – <https://doi.org/10.20948/prepr2019-100>. – Дата доступа: 10.10.2022.
2. Разработка модели распространения COVID-19 в городских агломерациях / Р.Л. Пономарёв [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2021. – № 74. – 20 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-74>. – Дата доступа: 10.10.2022.
3. 5 простых способов визуализации данных на Python [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://medium.com/nuances-of-programming/>. – Дата доступа: 25.10.2022.

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследацельскіх работ учасніц сярніх,  
сярніх спецыяльных ўчебных заведзенняў і студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омэге...»**

Секцыя 3. Камп'ютэрныя навукі і праграмаванне  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

**ИНТЕРАКТИВНЫЙ ПЛАКАТ КУРСОР ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА  
«ИНФОРМАТИКА» В 11 КЛАССЕ**

**К. А. Шишпоренюк**

*ГУО «Средняя школа им. Я. Купалы № 19 г. Минска», 10 «А» класс,  
Минск, Беларусь*

Научный руководитель – Л. Г. Карневич, учитель ГУО «СШ им. Я. Купалы № 19 г. Минска», высшая кв. категория учителя информатики.

В работе исследуются варианты создания интерактивного плаката.

Объектом исследования являются возможности создания интерактивного плаката.

Цель работы – разработка интерактивного плаката «КурсОР» в соответствии с программой базового уровня по учебному предмету «Информатика» в 11 классе.

Методы исследования:

*Теоретические:*

анализ литературы по проблеме исследования, сравнительный анализ

*Эмпирические:*

Написание кода для интерактивного плаката.

**Разработка интерактивного плаката «КурсОР».** Интерактивный плакат КурсОР является авторской разработкой. Весь код написан вручную в редакторе исходного кода Visual Studio Code с использованием внешнего компилятора Emscripten для компиляции LLVM-байткода в код JavaScript, который может быть запущен в веб-браузере. LLVM-байткод был получен из исходного кода на языке C++ с использованием внешней библиотеки графического пользовательского интерфейса непосредственного режима – ImGui.

В качестве хостинга для расположения сайта использовалась платформа GitHub. Интерактивный плакат КурсОР размещен на сервисе GitHub для хостинга IT-проектов и их совместной разработки.

Интерактивный плакат «КурсОР» разработан для всех 34 уроков четырех основных тем курса информатики для 11 класса на базовом уровне.

Заставка плаката включает меню основных тем плаката и кнопку взаимодействия: авторы. Учебный материал разбит на модули, небольшие по объему, но целостные по содержанию. Вход в каждую тему возможен из меню.

Содержательное наполнение интерактивного плаката по каждой теме включает:

а) основные учебные материалы по изучаемой теме: тексты, таблицы, схемы, интеллектуальные карты, рисунки, QR-коды, облако слов, материалы для самопроверки, онлайн-тесты.

б) дополнительные материалы, в которых сведения гуманитарного и естественнонаучного характера дополняют друг друга, например: справочные материалы, интересные факты, разъяснение и этимология названий, терминов, исторические сведения и т.д.

в) проблемные вопросы, задания для индивидуальной и групповой работы, интеллектуальные карты, тесты для самооценки, творческие задания разработаны для каждой темы, их

использование позволяет осуществлять сопровождение самостоятельной познавательной деятельности учащихся.

Интерактивный плакат содержит информацию как для учителя, так и для учащихся: инструкции, заметки, подсказки при назначении гиперссылок.

Обеспечение каждой темы курса в интерактивном плакате представляет собой образовательное пространство, включающее в себя содержательное и технологическое наполнение для организации всех этапов учебного занятия: мотивационно-целевого, организационно-деятельностного, контрольно-оценочного и рефлексивного; а также материал для организации самостоятельной работы учащихся дома.

Применение интерактивного плаката позволяет построить образовательный процесс так, что учащиеся смогут не только получать информацию, но и уметь быстро анализировать её, включаться в ситуации общения и деятельности, формулировать задачи и решать их, разрешать проблемные ситуации.

Краткие выводы по результатам выполнения работы и оценка полноты решений поставленных задач. Интерактивный плакат выполняет поставленные ему задачи в достаточной мере.

**Заключение.** В процессе работы над проектом были:

– рассмотрены существующие аналоги (онлайн-сервисы) создания интерактивного плаката;

– был создан интерактивный плакат КурсОР в редакторе исходного кода Visual Studio Code с использованием внешнего компилятора Emscripten для компиляции LLVM-байткода в код JavaScript, который может быть запущен в веб-браузере;

– был протестирован созданный интерактивный плакат КурсОР;

– была определена степень эффективности интерактивного плаката КурсОР при проведении учебных занятий по информатике в 11 классе на базовом уровне обучения.

Итогом работы стал созданный интерактивный плакат КурсОР.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Информатика : учеб. пособие для 11-го кл. учреждений общего сред. образования с рус. яз. обучения / В.М. Котов [и др.]. – Минск : Белорусский Дом печати, 2021. – 111 с.
2. Постановление Министерства образования Республики Беларусь от 26 декабря 2018 г. № 125 «Об утверждении образовательных стандартов общего среднего образования».
3. Ермакова, Л.И. Интерактивное взаимодействие между преподавателем и студентом педвуза в условиях педагогической практики [Электронный ресурс] / Л.И. Ермакова, Г.М. Янюшкина // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 1. – Режим доступа: <http://www.scienceeducation.ru/ru/article/view?id=5477>. – Дата доступа: 17.04.2022).
4. Единый информационно-образовательный ресурс [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eior.by>. – Дата доступа: 17.01.2023.
5. Github [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://github.com>. – Дата доступа: 17.01.2023.
6. Emscripten [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://emscripten.org/>. – Дата доступа: 17.01.2023.

## **Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект**

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследацкіх работ учасніц сярніх,  
сярніх спецыяльных ўчебных заведзенняў і студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омэге...»**

Секцыя 4. Робатотэхніка і штучны інтэлект  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

**РОБОТ-МАНИПУЛЯТОР НА БАЗЕ РОББО ЛАБОРАТОРИИ**

**В. М. Вавренюк, М. В. Годонюк, В. А. Лешкевич**  
*ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района,  
9 «А» класс, 8 «В» класс, 7 «Б» класс  
Высокое, Беларусь*

Научные руководители – А. Н. Лешкевич, учитель математики ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, высшая кв. категория учителя информатики; Е. В. Лешкевич, учитель белорусского языка и литературы ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, высшая кв. категория учителя белорусского языка и литературы.

В работе исследуются возможности Роббо Лаборатории для создания робота-манипулятора.

Задачи исследования:

- изучить возможности РОББО Лаборатории для создания робототехнических проектов;
- собрать модель робота-манипулятора на базе РОББО Лаборатории;
- запрограммировать РОББО Лабораторию в среде программирования Visual Studio Code и протестировать работу модели робота-манипулятора в различных режимах.

Робот-манипулятор создан на базе РОББО Лаборатории с использованием корпуса, распечатанного на 3D-принтере и электротехнических деталей.

Для программирования передвижения плеч манипулятора в пространстве была решена обратная задача кинематики для манипулятора: вычисление углов по заданному положению рабочего органа.

Для этого, используя известные длины плеч и положения манипулятора в пространстве, были вычислены необходимые углы для начального положения робота и положений 1 и 2. Значения вычисленных углов использовались для подсчета количество повторений цикла for при программировании плавного движения манипулятора.

Плата управления роботом запрограммирована на языке C++ в среде программирования Visual Studio Code. Для управления подключенными устройствами использовались библиотеки Arduino.h, Servo.h. Для стабильной работы сервомоторов робота использовались как программные так и электронные средства (использовались конденсаторы повышенной емкости).

Автоматический режим работы манипулятора запускается нажатием кнопки 5 на Лаборатории. При нажатии на кнопку зеленый светодиод выключается, а красный светодиод загорается, тем самым сигнализируя о работе робота-манипулятора. В автоматическом режиме манипулятор захватывает параллелепипед (размер  $2 \times 3 \times 6$  см), расположенный на платформе высотой 3 см и переносит его на платформу высотой 5 см. После перемещения предмета, робот возвращается в начальное положение.

Робот может управляться в ручном режиме. Для этого были запрограммированы кнопки 1 – 4 на Лаборатории. С помощью кнопок переключается управление на моторы. Кнопка 1 – поворот робота вокруг своей оси, кнопка 2, кнопка 3 – опускание / подымание манипулятора, кнопка 4 – управление захватом.

Для изменения угла поворота сервомотора использовался потенциометр на Лаборатории.

Робот-манипулятор способен перемещать грузы, расположенные на разных уровнях, в различных направлениях как в автоматическом, так и ручном режимах.

Данную разработку в перспективе можно использовать для организации перемещения, складирования предметов в сильно запыленных, вредных для человека местах, а также, увеличив размеры и используя мощные моторы, можно поднимать предметы, значительно превышающие физические возможности человека.

### **Заключение.**

Поставленные в работе задачи реализованы в следующих выводах:

- изученная техническая документация РОББО Лаборатории позволила сделать вывод о возможности использования оборудования для реализации робототехнического проекта;
- для создания модели были использованы корпус, распечатанный на 3D-принтере, РОББО Лаборатория, детали из набора «Схемотехника» от компании РОББО, а также другие электронные компоненты;
- спроектированная электрическая схема робота-манипулятора была реализована с использованием необходимых электронных компонентов;
- программа робота-манипулятора позволяет выполнять действия как в автоматическом режиме (перемещение предметов с одной платформы на другую), так и осуществлять управление в ручном режиме при помощи кнопок.

### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Промышленный робот [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Промышленный\\_робот](https://ru.wikipedia.org/wiki/Промышленный_робот). – Дата доступа: 12.10.2022.
2. Роббо Лаборатория [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://robbo.ru/products/robolab/>. – Дата доступа: 20.10.2022
3. Что могут и где применяются роботы-манипуляторы [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://top3dshop.ru/blog/manipulator-robots-features-and-applications.html>. – Дата доступа: 2.10.2022.
4. EEZYbotARM MK2 [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://www.thingiverse.com/thing:1454048>. – Дата доступа: 15.09.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»  
Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ  
БОЛЕЗНЕЙ РАСТЕНИЙ**

**А. С. Галай**

*ГУО «Гимназии №17 г. Минска», 11 класс,  
Минск, Беларусь*

Научный руководитель – А.В. Сушкова, учитель информатики ГУО «Гимназия №17 г. Минска», высшая кв. категория учителя информатики.

**Введение.** Болезни растений оказывают неблагоприятное воздействие на сельскохозяйственное производство, что негативным образом влияет на продовольственную безопасность. Чтобы предотвратить потерю урожая, важно выявлять нездоровые листья растений и отделять их от здоровых. Раннее обнаружение болезней с помощью глубокого обучения может помочь уменьшить неблагоприятные последствия, а также помочь преодолеть недостатки постоянного мониторинга со стороны человека. Поэтому при выполнении данной работы я поставил цель: создать программу в Python для определения заболеваний растений по фотографии и способа их лечения.

Объектом исследования является комплекс мероприятий по разработке и созданию системы определения болезней растений. Материалом для исследований послужили размеченные изображения как здоровых, так и с различными видами заболеваний растений, опубликованные в открытом доступе. В программе рассматривается 40 заболеваний, каждое из которых имеет свои зрительные признаки, что представляется подходящей задачей для методов и инструментов компьютерного зрения. В базу входит более 88000 размеченных фотографий растений: как с наличием заболевания, так и здоровых.

**Работа программы.** При запуске основного файла, программа выводит ссылку на сайт в виде ip – адреса (рисунок 1).

```
* Running on http://127.0.0.1:8080/ (Press CTRL+C to quit)
<tensorflow.python.keras.engine.sequential.Sequential object at 0x00000187635B52C8>
Model Loaded Successfully
```

**Рисунок 1 – Вывод программой ссылки на сайт**

Я перехожу по этому ip - адресу, открывается страница в браузере (рисунок 2).



**Рисунок 2 – Главная страница сайта**

Нажав на кнопку «Выберите файл», открывается окно, в котором нужно выбрать интересующее фото нашего растения (рисунок 3).



**Рисунок 3 – Загрузка фотографии на сайт**

Нажимаю кнопку «Распознать». Программа определила болезнь и открыла соответствующую страницу, где указаны название болезни, фото листа и методы лечения (рисунок 4).



**Рисунок 4 – Результат работы программы**

Для подсчета точности распознавания я загружал 1000 фотографий здоровых и больных растений. Созданная программа определила болезни растений на предоставленных фотографиях с точностью 89 %.

**Заключение.** В ходе исследования я пришел к следующим результатам:

Язык программирования Python подходит для любых решений в области программирования, будь то офисные программы или веб-приложения.

Используя общедоступный набор данных больных и здоровых листьев растений, нейронная сеть классифицирует наличие заболеваний, достигая точности распознавания 89%.

Интеллектуальная система компьютерного зрения, предназначенная для выявления заболеваний растений по визуальным симптомам, могла бы оказать большую помощь. Учитывая широкое распространение нетбуков с возможностью выхода в интернет и наличием фотокамеры, подобная система может повсеместно применяться. Это приведет к улучшению качества и скорости постановки диагноза заболевания, а, значит, и к повышению производительности урожаев.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Мусин, Д. Самоучитель Python [Электронный ресурс] / Д. Мусин. – 2016. – Режим доступа: <http://server.aesc.msu.ru/materials/PYTHON/pythonworldru.pdf>. – Дата доступа: 11.08.2022.
2. Рангараджан, А. Классификация болезней растений томатов с использованием предварительно обученного алгоритма глубокого обучения [Электронный ресурс] / А. Рангараджан. – 2022. – Режим доступа: <http://proceedings.spiras.nw.ru/index.php/sp/article/view/15314> – Дата доступа: 16.11.2022.
3. Саброл, Х. Классификация болезней растений томатов на цифровых изображениях с использованием дерева классификации [Электронный ресурс] / Х.Саброл. – 2022. – Режим доступа: <http://proceedings.spiras.nw.ru/index.php/sp/article/view/15314> – Дата доступа: 23.08.2022.
4. Тутьгин, В.С. Система диагностики заболеваний листьев растений по фотоизображениям, полученным с помощью БПЛА [Электронный ресурс] / В.С.Тутьгин, Д.О.Лелюхин. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42454604> – Дата доступа: 16.08.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**АВТОМАТИЧЕСКАЯ УРНА ДЛЯ БЫТОВЫХ ОТХОДОВ**

**М. В. Годонюк, М. В. Пашкевич**

*ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, 8 «В» класс; 9 «Б» класс  
Высокое, Беларусь*

Научные руководители – А. Н. Лешкевич, учитель математики ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, высшая кв. категория учителя информатики; Е. В. Лешкевич, учитель белорусского языка и литературы ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района, высшая кв. категория учителя белорусского языка и литературы.

В работе исследуются возможности платы ESP32 для создания автоматической урны для бытовых отходов.

Цель исследования – создание модели автоматической урны для бытовых отходов.

Задачи исследования:

- собрать модель «умного» мусорного ведра на базе платы ESP32;
- запрограммировать плату ESP32 в среде Visual Studio Code;
- создать мобильное приложение для контроля наполняемости «умного» мусорного ведра на языке программирования Java;
- протестировать работу устройства.

Работа посвящена созданию и программированию автоматической урны для бытовых отходов на базе платы ESP32. Устройство состоит непосредственно из автоматической урны и мобильного приложения ITrash.

Техническая часть «умного» мусорного ведра состоит из платы ESP32, ультразвукового, инфракрасного датчиков, серво мотора, аккумулятора. Плата управления урной запрограммирована на языке C++ в среде программирования Visual Studio Code. Мобильное приложение написано на языке Java, оно позволяет контролировать наполняемость «умной» урны.

Автоматическая урна работает по следующему алгоритму: при поднесении мусора к урне на расстояние 15 см срабатывает инфракрасный датчик и открывается крышка урны. Если в течении 10 секунд препятствия перед датчиком нет, то крышка закрывается. Ультразвуковой датчик, установленный внутри урны настроен на измерение наполняемости «умного» ведра. Показания с датчика о наполняемости в процентах отображаются на экране урны и передаются по Bluetooth на смартфон с установленным приложением. Если урна наполнена более чем на 75 %, то на крышке загорается красный светодиод, сигнализирующий о необходимости вынести мусор, а также на экране смартфона надпись о наполненности урны меняет цвет на красный. Также на экране урны и экране смартфона выводится информация об уровне заряда аккумулятора «умного» мусорного ведра.

Проект «Автоматическая урна для бытовых отходов» – это создание «умного» устройства, которое можно включить в систему «умный» дом. Автоматическая урна для бытовых отходов является законченной разработкой, которую можно использовать для контроля наполняемости мусором контейнеров в торговых центрах, ресторанах быстрого питания, жилых кварталах.

### **Заключение.**

По результатам работы можно сформулировать следующие выводы:

- собрана модель «умного» мусорного ведра на базе платы ESP32;
- запрограммирована плата ESP32 в среде Visual Studio Code;
- создано мобильное приложение ITrash для контроля наполняемости «умного»

мусорного ведра;

- протестирована работа устройства.

### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Для чего нужны умные корзины для мусора и какую лучше выбрать [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://mishka-shop.com/obzory/dlya-chego-nuzhny-umnye-korziny-dlya-musora-i-kakuyu-luchshe-vybrat-xiaomi-smart-clean-trash-i-xiaom/>. – Дата доступа: 20.10.2022

2. Программирование Arduino [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://arduino.ru/Reference>. – Дата доступа: 02.10.2022.

3. AndroidStudio [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://startandroid.ru/ru/uroki.html>. – Дата доступа: 10.09.2022.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов**

**«От Альфа к Омеге...»**

Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОРМУШКА ДЛЯ ДОМАШНИХ ПИТОМЦЕВ С ОБЛАЧНЫМ  
УПРАВЛЕНИЕМ НА БАЗЕ КОНТРОЛЛЕРА NODEMCU V3 ESP8266 (CH340)**

**И. А. Гуштын**

*ГУО «Гимназия №1 имени К. Калиновского г. Свислочь», 10 класс,*

*Свислочь, Беларусь*

Научный руководитель – О. В. Здановская, учитель математики и информатики ГУО «Гимназия №1 имени К. Калиновского г. Свислочь», категория учитель-методист.

В настоящее время многие владельцы домашних животных слишком много времени проводят вне дома, оставляя своих питомцев на долгое время. В современном мире эту проблему можно решить благодаря автоматизации некоторых процессов. Существует довольно большое количество автоматизированных систем для кормления животных, но их стоимость достаточно высокая. На этом основании возникла идея проекта создания автоматической кормушки для домашних животных с использованием доступных и сравнительно не дорогих микроконтроллеров на основе платформы NodeMCU V3 ESP8266 (CH340).

Цель исследования: создать автоматическую кормушку для домашних животных с облачным управлением на базе программируемого микроконтроллера NodeMCU V3 ESP8266 (CH340) и возможностью регулирования объёма порции.

Объект исследования: кормушка для домашних питомцев.

Предмет: программно-аппаратное решение создания автоматической кормушки для домашних питомцев.

Гипотеза: на базе беспроводного модуля NodeMcu V3 можно собрать автоматическую кормушку для домашних животных с облачным управлением, с помощью которой можно правильно организовать режим питания домашнего питомца.

Проанализировав предлагаемые магазинами автоматические кормушки для домашних питомцев, мы пришли к выводу, что некоторые модели достаточно трудно найти, кроме того, некоторые модели имеют высокую стоимость. На основании информации о данных моделях автоматического кормления домашних питомцев, нами были выделены основные критерии, которым должен соответствовать будущий проект: недорогая стоимость; возможность легкой замены комплектующих устройств; устойчивость; возможность легкой очистки лотка.

Для создания проекта будет использоваться возможность программирования микроконтроллеров, для этого был выбран беспроводной модуль NodeMcu V3, среда программирования ArduinoIDE и облачный сервер RemoteXY. Модуль будет отправлять и получать информацию в локальную сеть либо в интернет при помощи Wi-Fi. После определения задач проекта в состав кормушки включены следующие компоненты: корпус, отвечающий за размещение всех элементов и их защиту от окружающей среды; установленный в нем резервуар, обеспечивающий хранение корма и его дозировку при выдаче; мотор-редуктор, вращающийся шнек и плата управления, которая формирует сигналы для работы механизма. Кроме того, для контролирования количества порций используем концевой выключатель. Корм из бункера нашей кормушки будет подаваться при помощи

древней технологии – винта Архимеда, или шнека. Для корпуса шнека используем пластиковую канализационную трубу диаметром 50мм. Вал для шнека изготовим из направляющего шестигранника от сломанного строительного пистолета. Задний конец шнека должен быть обязательно закрыт для избегания заклиниваний. Между концом шнека и выходом из бункера должно быть расстояние чуть больше чем размер самой большой частицы корма. Передний конец шнека должен быть закреплен в радиальном направлении, для избегания застреваний корма. Резьбу для шнека изготовим из пластиковой разделочной доски. Шнек будет вращаться при помощи моторчика с редуктором. Прикрепляем его на нижний конец нашего вала с помощью шплинта из канцелярской скрепки. Вырезаем в трубе отверстие под мотор. Для управления моторчиком используем драйвер.

Схема питается от блока питания от зарядки, или же от встроенных аккумуляторов. На основную плату подается 5 вольт через специальный пин VIN, на мотор также подается 5 вольт через драйвер. В случае, когда вся схема питается от аккумуляторов, соединенных последовательно, на плату и драйвер подается напряжение в 7.2 вольта. Дистанционное управление устройством организуем с помощью облачного сервера RemoteXY.

В качестве «мозга» автоматической кормушки выбрана плата на основе популярного модуля ESP8266. Настраиваем среду Arduino IDE для работы с микроконтроллером, через менеджер библиотек, докачиваем библиотеки для работы с платой ESP8266 и для возможности обмена данными с сайтом-интерфейсом RemoteXY. Создаем графический интерфейс для дистанционного управления кормушкой в RemoteXY.

**Заключение.** Таким образом, проанализировав существующие автоматические кормушки для домашних питомцев, мы можем утверждать, что реализованный нами проект обладает всеми необходимыми для данных устройств функциями. Используя программирование микроконтроллеров NodeMcu V3 и облачное управление через созданный графический интерфейс приложения RemoteXY мы получили устройство, которое намного дешевле, чем имеющиеся аналоги. Описанный в работе подробный алгоритм сборки и программирования автоматической кормушки для домашних питомцев позволит создать подобную кормушку. При добавлении в проект дополнительных компонентов, можно расширить возможности устройства. Так, добавив микроконтроллер Camera Shield, получим возможность видеонаблюдения. Кроме того, рассматривается возможность в дальнейшем использовать данную кормушку в проекте умного дома с помощью протокола MQTT, работа над которым автором уже началась.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Блум, Д. Изучаем Arduino / Д.Блум. – СПб : БХВ-Петербург, 2015. – 544 с.
2. Петин, В. А. Проекты с использованием контроллера Arduino / В.А.Петин// СПб : БХВ-Петербург, 2014. – 464 с.
3. Arduino+-KIT [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://arduino-kit.ru/catalog/id/internet-veschey-nodemcu-v3-lua-wi-fi-esp8266-ch340>. – Дата доступа 13.10.2022.
4. Рейтинг автокормушек для кошек [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://everychild.ru/rejting/rejting-avtokormushek-dlya-koshek/>. – Дата доступа: 15.11.2022.

---

---

**ХІІІ Республіканская навучна-практычная канферэнцыя-конкурс  
навучна-даследацкіх работ учасніц сярніх,  
сярніх спецыяльных ўчебных заведзенняў і студэнтаў вузав  
«От Альфа к Омеге...»**

Секцыя 4. Робатотэхніка і штучны інтэлект  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДАВ ШКОЛЬНІКАВ**

---

---

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ ОБРАБОТКИ ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА ДЛЯ  
СОЗДАНИЯ ПЕРСОНАЛЬНОГО АССИСТЕНТА**

**Р. В. Ковалевский**

*ГУО «Гродзенская городская гимназия имени А.И. Дубко», 8 «В» класс,  
Гродно, Беларусь*

Научный руководитель – А. А. Матус, учитель физики ГУО «Гродзенская городская гимназия имени А. С. Дубко», первая кв. категория учителя физики.

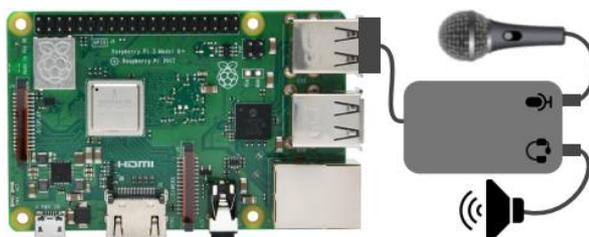
**Введение.** В настоящее время широкое распространение получили персональные ассистенты. Они могут быть представлены как в виде программ для других вычислительных устройств, например Google Assistant, Яндекс Алиса, Apple Siri, Microsoft Cortana, Samsung Vixby и др., так и в виде отдельных устройств Яндекс Станция, VK Капсула, Amazon Alexa, SberBox. Однако, большинство из них страдает одной проблемой – не совершенность понимания человеческого языка и неспособность поддерживать нормальный разговор с пользователем. Но, в настоящее время, большой популярностью также пользуются модели обработки естественного языка, или же, проще говоря, нейронные сети. Они представляют собой математические модели, обучаемые на источниках информации, написанных человеком. Причём у большинства нейросетей количество параметров превышает несколько миллиардов. Благодаря этому такие модели обладают возможностью хорошо поддерживать диалог с человеком, а также имеют обширную информационную базу, включающую различные области науки.

Целью данного проекта является создание прототипа голосового ассистента, использующего в своей базе модель обработки естественного языка.

**Основная часть.** В качестве управляющего модуля используется Raspberry Pi 3 Model B. Это одноплатный компьютер на базе ARM-процессора Broadcom BCM2837 с тактовой частотой 1.2 ГГц и с 1 гигабайтом оперативной памяти. Для реализации проекта выбрана модель Алфаса, которая является усовершенствованной версией модели LLaMA. Работа моделей обработки естественного языка является крайне ресурсоёмкой задачей, поэтому запустить модель прямо на Raspberry Pi хоть и можно, но скорость работы будет крайне низкой. Поэтому для работы модели, в качестве сервера, будет использоваться компьютер, который будет принимать данные от Raspberry Pi и отдавать их модели, а ответ возвращать обратно.

Raspberry Pi не умеет принимать звук напрямую с микрофона, так как в ней отсутствует АЦП. Поэтому для приёма звука необходимо подключить внешнюю звуковую карту, а уже к ней подсоединить микрофон и внешний динамик для вывода звука. Микрофон изготовлен самостоятельно на базе операционного усилителя NE5532.

На рисунке 1 представлена схема подключения различных компонентов к управляющему модулю Raspberry Pi 3.



**Рисунок 1 – Схема подключения компонентов**

Для реализации сервера используется сервис ngrok, позволяющий открыть доступ к внутренним ресурсам машины, на которой он запущен из внешней сети, путем создания публичного адреса, все запросы на который будут переброшены на локальный адрес и заданный порт.

Само устройство отправляет данные удалённому серверу. Сначала устройство ждёт голосовой команды от пользователя, переводит голосовую команду в текст и делает POST-запрос на сервер, передавая ему запрос от пользователя и номер шаблона, по которому он будет обрабатываться. Далее устройство ждёт ответ от сервера.

Что такое шаблон? Дело в том, что, используя различные шаблоны, можно получать любопытные ответы от модели Alpaca. Так, можно заставить модель вести себя как 5-летний ребёнок, грамотный и интересный собеседник, профессиональный переводчик и т.д. Модель обладает широкими возможностями и может выполнять различную работу. Например, можно заставить её вычислить число Фибоначчи, передав запрос "1, 2, 3, 5, 8, 13, 21". Модель поймёт, что от неё требуется, и продолжит последовательность чисел. А если передать запрос "The following is a sequence of notes from a jazz improvisation", то модель выдаст последовательность нот из джазовой импровизации.

После получения сервером запроса от пользователя, он передаёт команду модели и начинает обработку. После завершения обработки, сервер отдаёт ответ обратно устройству. Получив ответ, устройство озвучивает его с помощью TTS-движка. После этого весь процесс начинается сначала.

**Заключение.** В результате работы был создан прототип голосового ассистента со слабым искусственным интеллектом на основе модели обработки естественного языка Alpaca с возможностями, превосходящими возможности большинства современных серийных голосовых ассистентов.

К преимуществам данного устройства можно отнести:

- Более широкие возможности для ведения конструктивного диалога с ассистентом.
- Обширная база знаний ассистента во многих областях науки, не требующая подключения к Интернету для получения информации.
- Полная безопасность персональных данных пользователя.
- Возможность изменения «характера» и «личности» ассистента путём использования различных шаблонов.

В то же время устройство имеет и недостатки:

- Необходимость наличия компьютера с большой вычислительной мощностью.
- Невозможность выполнения некоторых типовых задач, на которые способны серийные голосовые ассистенты (система умного дома, включение музыки), на данном этапе реализации проекта.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Alpaca - Humans AI Models for Image generation [Электронный ресурс]: AlpacaML Inc. All right reserved – Режим доступа: <https://www.getalpaca.io> – Дата доступа: 10.02.2023.
2. Habr [Электронный ресурс]: Habr Blockchain Publishing LTD. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/articles/674070>. – Дата доступа: 11.03.2023.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

**Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**СОЗДАНИЕ УСТРОЙСТВА «FBOX»**

**Д. А. Мельников**

*ГУО «Октябрьская средняя школа Витебского района им. И.П. Соболева», 10 класс,  
аг. Октябрьский, Беларусь*

Научный руководитель – К.В. Кустова, учитель информатики ГУО «Октябрьская средняя школа Витебского района им. И.П. Соболева», первая кв. категория учителя информатики.

**Введение.** Часто ли Вы пользуетесь доставкой? Сколько времени занимает доставка? В один из воскресных дней решено было воспользоваться доставками Яндекс и Delivio в городе Витебск, в результате Яндекс доставка предоставила тариф до 3 рублей и время доставки 75-80 мин, а в Delivio на данный момент доступен только самовывоз. Результат огорчил, так как время и варианты доставки не самые лучшие, также для обычной доставки приходится использовать человеческий ресурс и дополнительные средства в виде автомобиля, самоката и так далее. Но в современном мире все более популярными становятся беспилотные доставщики. Например, в России роботы "Яндекса" используются в собственной службе доставки — они возят заказы от "Яндекс.Еды". Наряду с доставкой беспилотные роботы популярны на складах, например, в такой компании как Alibaba.

Поэтому целью работы стало создание следующего устройства «Fbox».

**Материалы и методы.** В качестве материалов для создания проекта использовалась: Учебная литература, посвящённая вопросам принципу работы Arduino, Bluetooth, а также по языку программирования Java. Программное обеспечение: Arduino, Android Studio, Microsoft Word 2016, Solidworks. Оборудование: ARDUINO UNO, GPS модуль Neo-6M, HMC58331 Compass, bluetooth HC-05, L298n Motor Driver, сервопривод, два колеса с редуктором, датчик расстояния HC-SR04, поворотное колесо, соединительные провода.

Методы: анализа, синтеза учебной литературы, методы эмпирического исследования.

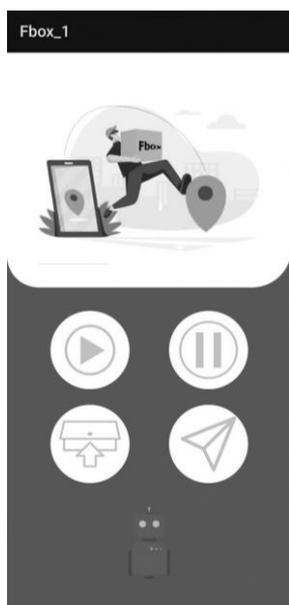
**Результаты и их обсуждение.** В результате работы было создано следующее устройство «Fbox», представленное на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Следующее устройство «Fbox»**

Работа устройства «Fbox» осуществляется следующим образом текущие данные широты и долготы со смартфона отправляются на устройства с помощью *Bluetooth*. При получении данных со смартфона устройство «Fbox» считывает свои координаты расположения и с помощью формулы Хаверсина рассчитывает расстояние между смартфоном и устройством. Также на устройстве установлен компас, который указывает текущий угол поворота устройства и зная координатное расположение точек с помощью математических расчетов используя понятие «дирекционный угол» рассчитывается угол поворота устройства.

Для функционирования устройства создано программное обеспечение в виде приложения на *Android* смартфон (рисунок 2а) и программа для *Arduino UNO*. Приложение на *Android* создано в *Android Studio* на языке программирования *Java*, которое осуществляет определение текущих координат смартфона и с помощью кнопок осуществляется запуск, остановку или открытие крышки устройства.



а



б

**Рисунок 2 – а) Приложение «Fbox» для смартфона б) QR-code на исходные коды программ**

Программа для *Arduino Uno* создана в среде разработки *Arduino IDE*, где осуществляется определение дирекционного угла и расчета дистанции от устройства до смартфона [1], после получения значений происходит запуск двигателей и перемещение к полученным координатам со смартфона. На рисунке 2б представлен QR-code на исходные коды программ.

**Заключение.** В результате работы цель работы была достигнута, т.е создано программное обеспечения для управления устройством «FBOX» по данным *GPS* и компаса.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Calculate distance, bearing and more between Latitude/Longitude points [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>. – Дата доступа: 08.09.2022.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**AR-ЖИЗНЬ. ПРИМЕНЕНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТИ**

**Д. Т. Мицкевич**

*ГУО «Вороновская средняя школа», 8 «Г» класс,  
г.п. Вороново, Беларусь*

Научный руководитель – Э. В. Бабуль, учитель математики и информатики ГУО «Вороновская средняя школа», вторая кв. категория учителя математики и информатики.

В работе исследуются технологии виртуальной и дополненной реальности.

Основная задача технологий на сегодняшний день — привлечение внимания, а если речь идет об образовании, то привлечении внимания учащихся. Сделать процесс обучения более эффективным за счет современных технологий, способствующих более эффективному восприятию материала. Развитие интерактивных цифровых технологий существенно меняет список востребованных сегодня компетенций и навыков, создавая новые профессии – профессии будущего. В итоге растет спрос на работников, обладающих максимальной гибкостью мышления и высокой креативностью, большим творческим потенциалом, готовых как к самостоятельным действиям, так и к командной работе.

Объектом исследования являются технологии виртуальной (VR) и дополненной реальности (AR).

Цель работы – изучить возможности виртуальной /дополненной реальности и сферы их применения, показать, как дополненная реальность влияет на работоспособность учащихся при решении задач по геометрии.

Работа посвящена учащимся 8 классов.

В результате исследования впервые были получены следующие результаты: упражнения на готовых чертежах оказывают неоценимую помощь в усвоении и закреплении новых понятий и теорем, где за минимум времени можно усвоить и повторить большой объем материала, а если это еще будет сопровождаться дополненной реальностью, то, наверняка, увеличится желание решить эту задачу, графическое представление условия задачи может помочь в решении задач различных уровней сложности, применение и использование технологий VR/AR помогут подготовить учащегося к компетенциям и навыкам, как человека, отвечающего современным требованиям, помогут максимально развивать мышление и развивать творческий потенциал.

Краткие выводы по результатам выполнения работы и оценка полноты решений поставленных задач.

Применение и использование технологий VR/AR помогут подготовить учащегося к компетенциям и навыкам, как человека, отвечающего современным требованиям, помогут максимально развивать мышление и развивать творческий потенциал. Ведь в процессе работы над созданием AR и VR приложений учащийся как раз занимается творческой продуктивной деятельностью, результатом которой является проект – творческий продукт, обладающий новизной, а используя дополненную реальность появится возможность воспринимать материал в необычной форме. Интерес и мотивация- важные составляющие успеха. Восприятие материала через текст, чертеж, дополненную реальность будет способствовать более лучшему усвоению материала. Занятия могут пойти в другом направлении,

инновационном. Пользуясь мобильным телефоном многие даже не подозревают, сколько интересных дополнительных возможностей есть у него с использованием интернета, которые могут превратить его из простого средства общения в максимально полезный для жизни и учебы инструмент.

Синтез двух миров – реального и виртуального, имеет огромные перспективы в системе образования нового поколения.

**Заключение.** Мною была создана дополненная реальность к задачам из учебника геометрия, под редакцией В.В. Казакова (Глава 6. Окружность). Задачи с дополненной реальностью решаются быстрее, появляется возможность разобрать большее количество задач за урок. Анкетирование показало, что решение заданий с дополненной реальностью более мотивирует учащихся. Следующий этап моей работы – расширить свои знания в данной области и изучить программы для создания 3D объекта.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Вдовина С. А. Становление творческого потенциала школьников в процессе дополнительного образования / С. А. Вдовина, И. М. Кунгурова, Е. В. Воронина // ЧиО. – 2014. – № 3 (40). – С. 86–91.

2. Гаврилец М. М. Полезные приложения с использованием дополненной реальности [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.eligovision.ru/media/upload/AR\\_apps\\_for\\_edu.pdf/](https://www.eligovision.ru/media/upload/AR_apps_for_edu.pdf/). – Дата доступа: 15.02.2023

3. Гончарова М. В. Инструменты виртуальной реальности в контексте образования / М. В. Гончарова, А. А. Дыдров, У. В. Лаптева // Социум и власть. – 2017. – № 5. – С. 14–19.

4. Кравченко Ю. А. Особенности использования технологии дополненной реальности для поддержки образовательных процессов / Ю. А. Кравченко, А. А. Лежебоков, С. В. Пащенко // Открытое образование. – 2014. – № 3. – С. 49–54.

5. Мишина А. В. Концепция использования систем дополненной реальности в вопросах обучения иностранному языку детей дошкольного возраста / А. В. Мишина // Сборник материалов Ежегодной международной научно-практической конференции «Воспитание и обучение детей младшего возраста». – 2016. – № 5. – С. 772–773.

6. Бокачев И.А. Виртуализация современной системы образования: «За» и «Против» / И. А. Бокачев // Гуманитарные, социально-экономические и общественные науки. – 2015. – № 1. – С. 15-19.

7. Гаврилец М. М. Полезные приложения с использованием дополненной реальности [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.eligovision.ru/media/upload/AR\\_apps\\_for\\_edu.pdf/](https://www.eligovision.ru/media/upload/AR_apps_for_edu.pdf/). – Дата доступа: 16.02.2023.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**РАЗРАБОТКА ГАРНИТУРЫ ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТИ**

**Пахолук В.В.**

*ГУО «Октябрьская средняя школа Витебского района  
имени И.П. Соболева», 9 «А» класс,  
аг. Октябрьская, Беларусь*

Научный руководитель – Довгулевич Дмитрий Александрович, педагог дополнительного образования ГУО «Октябрьская средняя школа Витебского района имени И.П. Соболева»

**Введение.** В настоящее время, с ростом быстродействия, миниатюризацией, и увеличением сроком автономной работы вычислительных машин, начался бурный рост числа портативной электроники, а в месте с ним развитие такой технологии как «дополненная реальность» (англ. augmented reality, AR).

**Дополненная реальность (AR)** — это интерактивная система, сочетающая в себе реальную среду и цифровую информацию, которая может охватывать различные чувства человека, включая визуальную, слуховую, тактильную, соматосенсорную и обонятельную [1].

Наложённая информация может быть конструктивной (т.е. дополнять естественную среду) или деструктивной (т.е. маскировать естественную среду). Таким образом, дополненная реальность изменяет текущее восприятие окружающей среды реального мира, в отличии от виртуальной реальности, которая полностью заменяет реальную окружающую среду смоделированной.

Наиболее популярный способ реализации AR это наложение изображения с помощью мобильного телефона, но также идёт активное развитие AR-гарнитур и AR-очков.

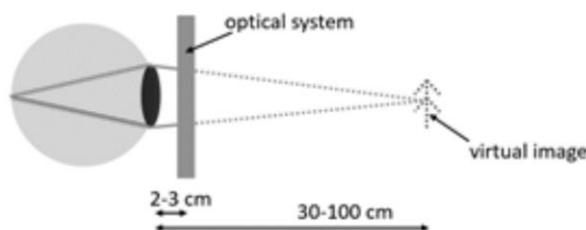
**Гарнитура дополненной реальности** — это специализированное, устанавливаемое на голову устройство отображения, которое обеспечивает имитацию визуальной среды через оптические линзы физического дисплея, позволяя пользователю видеть как цифровой дисплей, так и мир через очки.

**Материалы и методы.** Материалами исследования послужили технологии дополненной реальности, AR-гарнитур, способы наложения изображения. При проведении исследований применялись общепризнанные методы научного познания такие как дедукция, синтез, измерение, эксперимент и др.

**Результаты и их обсуждение.** Главной проблемой при разработке VR-гарнитур является то, что глаз человека очень сложный биологический сенсор. Эволюционно сложилось так, что человеческий глаз может фокусироваться на предметы, которые находятся на удалении от 15 см до бесконечности. Такая особенность хороша для повседневной жизни в реальном мире, но является трудно преодолимой проблемой при разработке систем AR.

В системе AR очков недостаточно просто отобразить изображение на дисплее или экране по средствам включения или выключения пикселя/мини-светодиода. Если в AR очки установить обычный дисплей, то он будет располагаться на расстоянии 2 – 3 см от глаз, куда человеческое зрение не в состоянии сфокусироваться. Чтобы решить эту проблему, необходимо пропустить изображение через оптическую систему и сделать так, чтобы глазу казалось, что изображение удалено на комфортное для зрения расстояние (рис. 1).

Вся сложность заключается в том, как изготовить такую оптическую систему, так, чтобы эта система была прозрачной (для наблюдения реального окружающего мира).



**Рисунок 1 – Оптическая система для AR**

В настоящее время есть большое количество подходов и технологий, как обмануть глаз и заставить его думать, что изображение удалено на нужное расстояние, при том, что оно генерируется в паре сантиметров от глаз.

Светоделитель – старейшая из известных технологий AR. Работа устройств основывается на принципе частичного переотражения изображения от источника в сторону глаза. В качестве источника может использоваться любой из видов дисплеев.

Сгенерированное дисплеем вблизи глаза изображение не может быть сразу перенаправлено в глаз, так как дисплей удален на очень малое расстояние порядка 5 см, а на такое расстояние глаз не способен сфокусироваться.

Поэтому необходимо искусственное добавление оптического пути, за счет системы линз и зеркал. Изображение удаляется на комфортное расстояние, порядка 1-2 метров. Далее удаленное изображение попадает на светоделительную пластину (beam splitter) и проецируется в сторону глаза.

Для разработки устройства было принято решение использовать Micro OLED 0.66” с разрешением 64x48, и микроконтроллер ESP32, т.к. эти компоненты наиболее доступны и обладают необходимыми характеристиками [2]. Для изготовления корпуса использовалась технология 3D-печати FDM и пластик PLA.

**Заключение.** В дальнейшем у проекта есть перспективы развития, в виде мобильного приложения для управления выводимой информации с телефона, и Web-интерфейс для управления через браузер. Кроме того, будет доработан корпус для более удобной установки линзы и крепления на голове. Устройство перспективно к добавлению нового функционала, такого как дополнительные датчики и камера, позволяющие получить обратную связь от окружающего мира.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Что такое гарнитура дополненной реальности? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.theastrologypage.com/augmented-reality-headset>. – Дата доступа: 20.09.2022
2. Довгулевич, Д. А. Разработка программного обеспечения для одноплатной вычислительной системы с позиционированием / Д.А. Довгулевич // Молодость. Интеллект. Инициатива: мат. VI Междунар. науч.-практ. конф. студентов и магистрантов, Витебск, 19 апреля 2018 г. – Витебск: ВГУ имени П. М. Машерова, 2018. – С. 18-19.

---

---

**ХIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

**Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**СИСТЕМА «УМНЫЙ ДОМ» НА МИКРОКОНТРОЛЛЕРЕ ESP32**

**Е. А. Пикта<sup>1</sup>, В. А. Капустин<sup>2</sup>**

*ГУО «Новоельнянская средняя школа», 11 класс,  
Новоельня, Беларусь<sup>1</sup>;*

*ГУО «Лицей г. Новополоцка», 11 «Б» класс,  
Новополоцк, Беларусь<sup>2</sup>*

Научный руководитель – И. В. Бенедиктович, преподаватель УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» филиал «Минский радиотехнический колледж», магистр технических наук, первая кв. категория преподавателя.

Объектом исследования являются методы реализации системы «Умный дом» на основе микроконтроллера ESP32.

Цель работы – разработка системы «Умный дом» на основе микроконтроллера ESP32 с удалённым управлением через сеть Wi-Fi и/или протокол MQTT.

Умный дом – это система, позволяющая управлять различными устройствами в здании с помощью современных технологий. Она обеспечивает безопасность помещений, позволяет экономить энергоресурсы, осуществляет удалённое управление электроприборами и многие другие функции.

В настоящее время на рынке предлагается множество различных систем «Умного дома». Однако они, как правило, имеют высокую стоимость, либо обладают недостаточным функционалом.

Для реализации системы «Умный дом» в данном исследовании был выбран микроконтроллер ESP32 (модификация ESP32S). Этот микроконтроллер позволяет осуществлять беспроводную передачу данных с помощью технологий Wi-Fi и Bluetooth.

Микроконтроллер ESP32 был выбран, поскольку, по сравнению с аналогами, он способен поддерживать большее количество подключаемых устройств и, соответственно, позволяет реализовать большее число модулей «Умного дома».

В качестве дополнительных компонентов использовались:

- жидкокристаллический дисплей LCD1602;
- ультразвуковой приёмопередатчик HC-SR04;
- сервомотор SG90;
- датчик температуры и влажности DHT11;
- светодиоды с регулируемым цветом свечения;
- вспомогательные электронные компоненты (резисторы, соединительные провода).

Программирование микроконтроллера осуществлялось на языке C++ в среде Visual Studio Code, сборка прототипа электронной схемы – на беспаячной макетной плате.

В ходе работы было протестировано 3 основных способа удалённого управления модулями системы «Умный дом»:

- управление через мобильный телефон с помощью локального сервера и сетевого протокола передачи данных MQTT;
- управление через мобильный телефон с использованием Telegram-бота и сети Wi-Fi;
- управление с помощью портативного устройства (пульта управления).

В результате тестирования было принято решение использовать управление с помощью Telegram-бота, как наиболее универсальное, поскольку оно не требует наличия постоянно работающего сервера и позволяет управлять системой на больших расстояниях.

Разработанное устройство позволяет реализовывать следующие функции:

- измерять температуру и влажность в помещении с помощью датчика DHT11;
- осуществлять охранную сигнализацию, оповещая о приближении ко входной двери людей с помощью ультразвукового дальномера HC-SR04;
- удалённо управлять яркостью и цветом освещения в помещении;
- осуществлять удалённое управление сервоприводом SG90, что может быть использовано для открытия/закрытия входной двери, окон и т. д.;
- выводить все данные о функционировании системы на дисплей LCD1602.

Разработанный проект обладает высоким потенциалом. В перспективе с помощью микроконтроллеров можно автоматизировать множество домашних электроприборов, осуществлять автоматизированное проветривание помещения. Также система может быть использована для автоматизации некоторых производственных процессов.

**Заключение.** Таким образом, в результате исследования был собран и протестирован функционирующий прототип системы «Умный дом», позволяющий удалённо управлять различными системами в доме с использованием Telegram-бота.

#### *СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ*

1. Петин, В. А. Создание умного дома на базе Arduino / В. А. Петин. – М. : ДМКПресс, 2018. – 180 с.
2. Кениг, Э. Эффективное программирование на C++. Практическое программирование на примерах / Э. Кениг, Б. Му. – М. : Вильямс, 2016. – 368 с.
3. Как сделать систему умного дома с помощью модуля ESP32? - Ddok [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ddok.ru/kak-sdelat-sistemu-umnogo-doma-s-pomoshhju-modulya-esp32/>. – Дата доступа: 09.04.2023.

---

---

**XIII Республиканская научно-практическая конференция-конкурс  
научно-исследовательских работ учащихся средних,  
средних специальных учебных заведений и студентов вузов  
«От Альфа к Омеге...»**

Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект  
**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ШКОЛЬНИКОВ**

---

---

**СОЗДАНИЕ УСТРОЙСТВА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЛИЦОМ НА БАЗЕ ПЛАТ ESP32 CAM И  
ARDUINO UNO**

**А. А. Станько**

*УО «Витебский государственный индустриально-технологический колледж», 1 курс,  
г. Витебск, Беларусь*

Научный руководитель – К.В. Кустова, преподаватель информатики УО «Витебский государственный индустриально-технологический колледж», первая кв. категория преподаватель информатики.

**Введение.** В современном мире технологии распознавания лиц широко применяются в самых разнообразных сферах, например, в обеспечение безопасности в местах большого скопления людей; в системы охраны, избежание незаконного проникновения на территорию объекта, поиск злоумышленников; в онлайн-платежах и многих других. Поэтому целью работы стало создание системы поиска лица на базе плат ESP32 CAM и Arduino UNO.

**Материалы и методы** В качестве материалов для настоящей работы использовались: ESP32 CAM и Arduino UNO, два сервопривода Mg996r, соединительные провода.

Программное обеспечение: Arduino IDE, Microsoft Word 2016.

Методы: анализа, синтеза учебной литературы, экспериментальные методы.

**Результаты и их обсуждение.** В результате работы было собранно устройство, представленное на рисунке 1. Для работы устройства его необходимо подключить к WI-FI и сети питания 220 Вольт.



**Рисунок 1 – Устройство слежения за лицом**

При подключении к *WI-FI* задать имя сети «face» пароль «987654321» в Windows (ПУСК/Параметры/Сеть и интернет/Мобильный хот-спот) рисунок 2. Далее необходимо скопировать полученный при подключении IP адрес и вставить его в браузер. В появившемся окне активировать пункт «*Face detection*» и нажать «*Start Stream*»

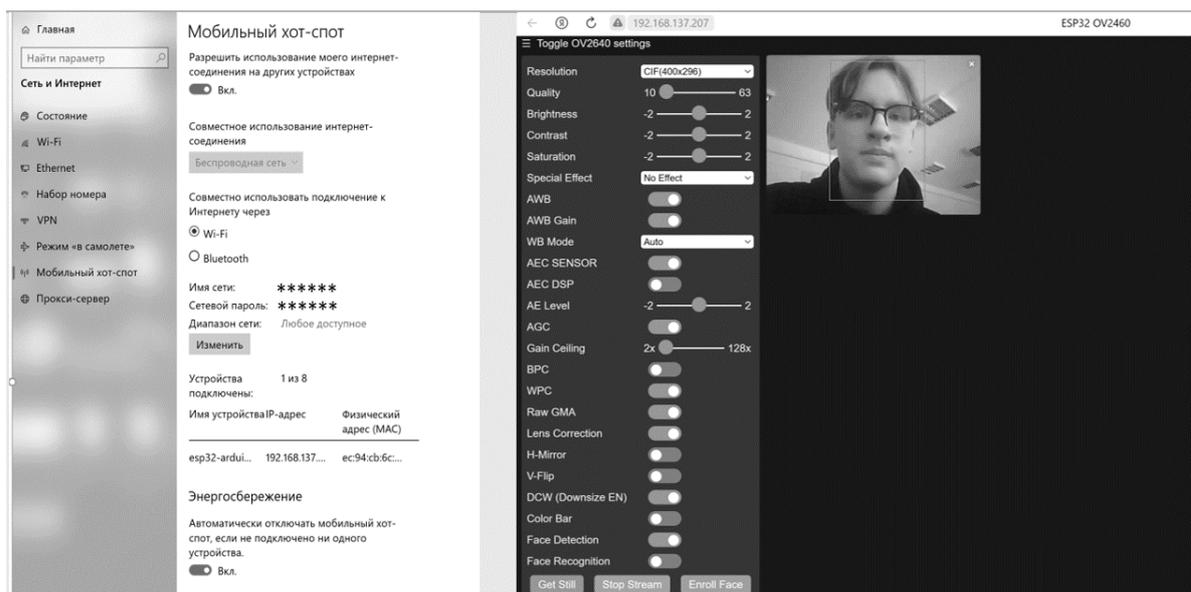


Рисунок 2 – Окна настройки подключения устройства

Для функционирования устройства было создано две программы в среде программирования *Arduino IDE*, исходные коды размещен на *Github* (<https://github.com/IVIAGGIORE/face>).

Первая программа для платы *ESP32 CAM* основная задача состоит в распознавании координат положения лица и передачу их в плату *Arduino UNO*. Также на плате есть модуль *Wi-fi* с помощью которого осуществляется подключение к смартфону или компьютеру с помощью библиотеки *WiFi.h*.

Вторая программа для *Arduino UNO* основная задача состоит в управлении сервоприводами, по полученным координатам расположения лица с платы *ESP32 CAM*. Для получения данных с *ESP32 CAM* используется библиотека *Wire.h* через интерфейс *I2C*, а для управления сервоприводами используется библиотека *Servo.h*.

**Заключение.** В процессе работы создана система поиска лица на базе плат *ESP32 CAM* и *Arduino UNO*.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Джереми Б. Изучаем *Arduino*: инструменты и методы технического волшебства / Б. Джереми. – СПб: БХВ-Петербург, 2015. – 336 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Часть 1. Статьи студентов</b> .....	<b>3</b>
<b>Секция 2. Прикладная математика</b> .....	<b>3</b>
Балаева Е.Д. Об интегральном представлении приближений сопряженной функции с плотностью $ \sin x ^s$ частичными суммами её сопряженных рядов Фурье .....	4
Жихарко М.Ф. Исследование цепи Маркова с доходами.....	12
Зубова Д.А. Применение специализированных программных средств для стратегического анализа предприятий агросектора.....	18
Кот К.А. Исследование тенденций покупательского поведения на примере магазина торговой сети.....	23
Масюкевич В.В. Программная реализация алгоритмов анализа изображений средствами Python .....	27
Менцель А.В. Регрессионный анализ показателей дошкольного образования в Республике Беларусь.....	30
Павлюкович М.А. Методы теории вероятности в задачах с экономическим содержанием.....	35
Пронская А.К. Классификация районов Гродненской области по социально-экономическим показателям.....	38
Сербул М.А. Вычисление ранга некоторых эллиптических кривых .....	47
Халді С.А. Распрацоўка задач для знаходжання экстрэмуму функцыі трох зменных.....	51
Хомбак А.В., Примак Я.А. Анализ белорусской финтех-экосистемы.....	56
<b>Секция 3. Компьютерные науки и программирование</b> .....	<b>61</b>
Абидов Р.Т. Элемент управления «Комбинированные списки» языка программирования PascalABC.NET.....	62
Братукин М.В., Тумелевич А.А. Программная реализация приложения для изучения состава станции наземной разведки средствами Unity .....	65
Бухгоровский Е.В. Современные технологии защиты данных и приватности.....	67
Дашкевич П.Ю. Поиск аномалий трафика при анализе обращений к системам хранения данных .....	70
Семенчук Н.Д., Насуро А.А. Программная реализация элементов геймификации для изучения принципов работы станции наземной разведки в поле средствами Unity.....	72
Рождко Д.С. Архивирование и сжатие файлов .....	75
<b>Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект</b> .....	<b>77</b>
Буть А.А. Применение сверточных нейронных сетей для решения проблемы классификации и обнаружения астрономических объектов.....	78
<b>Часть 2. Тезисы докладов школьников</b> .....	<b>80</b>
<b>Секция 1. Алгебра, геометрия и математический анализ</b> .....	<b>80</b>
Астапенко А.И. Инвариант трех таблиц .....	81
Менько А.М., Сытая Д.Д. Цифры и спички .....	83
Микулёнок С.В., Шувалова Е.Д. В траве сидел кузнечик .....	85
Пилецкий А.А., Драгомерецкий И.О. Делимости в дробях.....	86
Раткевич М.В. Великий комбинатор.....	88
Савашинский В.А., Рыкунов К.А. Новые цифры.....	90
<b>Секция 2. Прикладная математика</b> .....	<b>92</b>
Стрижевский М.В. Булева алгебра и принцип работы логических вентилях.....	93
<b>Секция 3. Компьютерные науки и программирование</b> .....	<b>95</b>
Автух В.В., Клыбик А.М. Учебный комплекс «Проекционное черчение» .....	96
Алетурович Е.А., Шавела Р.Ю. Компьютерное приложение «Через века, через года – помните...» на движке Unity 3D.....	98
Булышко Д.С., Валёк Е.А., Смычэк К.Р. Приложение Token Helper .....	100

<i>Ганисевский В.Н., Алам Яр А.Д.</i> Поиск уязвимостей в контейнеризированных приложениях .....	102
<i>Гольшико Н.П., Холяво Я.С.</i> Создание сайта музея академика Е. Ф. Карского.....	104
<i>Ковалев Д.В.</i> Разработка познавательных тестов в Google сервисах.....	106
<i>Лешкевич В.А., Лешкевич П.А.</i> Исполнитель Robot для языка программирования Python .....	108
<i>Лещук Д.С.</i> Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.....	110
<i>Лукашевич А.Д.</i> Использование языка программирования Python для создания игры «Unknown Forest» .....	112
<i>Начаткин Е.Н.</i> Разработка чат-ботов в Telegram для стеганографии.....	114
<i>Петровский А.В.</i> Создание децентрализованной социальной сети с Web3.0 и Blockchain.....	116
<i>Филон Д.А.</i> Локация пути в графе средствами различных алгоритмов .....	118
<i>Хакимов Т.А.</i> Моделирование спонтанно-возникающих периодических наноструктур с участием плоских упругих доменов .....	120
<i>Чичкан А.М.</i> Симуляция распространения COVID-19 .....	122
<i>Шишпоренок К.А.</i> Интерактивный плакат КурсОР при изучении учебного предмета «Информатика» в 11 классе .....	124
<b>Секция 4. Робототехника и искусственный интеллект.....</b>	<b>126</b>
<i>Вавренюк В.М., Годонюк М.В., Лешкевич В.А.</i> Робот-манипулятор на базе Роббо Лаборатории.....	127
<i>Галай А.С.</i> Использование искусственного интеллекта при определении болезней растений .....	129
<i>Годонюк М.В., Пашкевич М.В.</i> Автоматическая урна для бытовых отходов .....	131
<i>Гуштын И.А.</i> Автоматическая кормушка для домашних питомцев с облачным управлением на базе контроллера NodeMCU V3 ESP8266 (CH340).....	133
<i>Ковалевский Р.В.</i> Использование модели обработки естественного языка для создания персонального ассистента.....	135
<i>Мельников Д.А.</i> Создание устройства «Fbox» .....	137
<i>Мицкевич Д.Т.</i> AR-жизнь. Применение и перспективы дополненной реальности..	139
<i>Пахолок В.В.</i> Разработка гарнитуры дополненной реальности.....	141
<i>Пикта Е.А., Капустин В.А.</i> Система «Умный дом» на микроконтроллере ESP32 ..	143
<i>Станько А.А.</i> Создание устройства слежения за лицом на базе плат ESP32 CAM и Arduino UNO .....	145